

Rechenmodelle

14. Mai

2009

---

Bachelor of Engineering  
Daniel Hölscher  
Matrikelnummer 501350

Ausarbeitung für  
Sondergebiete  
Ingenieurholzbau  
SS 2009

## Inhaltsverzeichnis

1.Stabelemente .....	3
2.Stütungen und Lager.....	4
3.Knotenpunkte und Anschlüsse.....	5
4.Aufbau von Stabtragwerken.....	7
5.Typen ebener Stabwerke .....	8
6.Stabtragwerke nach DIN 1052:2004-08 .....	10
6.1.DIN 1052 8.8.1 Allgemeines .....	10
6.2.DIN 1052 8.8.2 Vereinfachte Berechnung von Fachwerken .....	17
6.3.DIN 1052 8.8.3 Beanspruchungen und Verformungen im Bereich von Verbindungen .....	22
6.4.DIN 1052 8.8.4 Knicklängen der Stäbe von Fachwerken.....	24
7.Zerlegung der Tragwerke .....	26
8.Nachgiebige Verbindungen .....	30
9.Lager und Gelenke in der Praxis.....	39
10.Quellenverzeichnis: .....	45
11.Abbildungsverzeichnis:.....	45
12.Tabellenverzeichnis:.....	46

## 1. Stabelemente

Stabelemente sind Stäbe oder Linienträger deren Dicke  $d$  oder Breite  $b$  klein ausfallen im Verhältnis zur Stabachse  $l$

$$d/l \cong b/l \ll 1$$

Linienträger werden daher als eindimensionale Tragelemente idealisiert, die aus einer Stabachse und orthogonal hierzu liegenden Stabquerschnitten bestehend angesehen werden. Stabförmige Tragelemente besitzen überaus vielfältige Formen. Die Stabachse eines Linienträgers kann gerade sein oder gekrümmt in einer Ebene liegen; sie kann aber auch gemäß einer Raumkurve verlaufen. Die Hauptachsen der einzelnen Stabquerschnitte können elementweise raumfest ausgerichtet oder verwunden sein. Tabelle 1 bietet eine Systematik von Stabelementen unter Berücksichtigung der Beanspruchungsebenen, dabei unterscheidet man zwischen

- achsialen Stabelementen:  $N$ ,
- ebenen Stabelementen:  $N, Q, M$ ,
- Räumlichen Stabelementen:  $N, Q_y, Q_z, M_T, M_y, M_z$ .

Balken- und Fachwerkträgererelemente bilden die häufigsten Linienträger des konstruktiven Ingenieurbaus.

Beanspruchung	Schnittgrößen	Stabachse	
		gerade	gekrümmt
Einachsig	$N$	Fachwerkelemente	Seilelemente Bogenelemente
Eben Räumlich	$N; Q; M$ $N; Q_y; Q_z; M_T; M_y; M_z$	Balkenelemente	Bogenelemente

Tab. 1 Stabelemente und deren Schnittgrößen

## 2. Stützungen und Lager

Bei Stützungen oder Lagern, wie Stützenkonstruktionen genannt werden, beschränkt man sich zumeist auf starre oder reibungslose Stützungen. Aber auch Linienstützungen und elastische Bettungen sind möglich, aber jedoch umfangreich zu berechnen. Dies sind übliche Idealisierung im Bauwesen. Die Anzahl der in einem Stützpunkt auftretenden Kraftgrößen, die Lagerreaktionen, bezeichnet man als dessen Wertigkeit.

Tabelle 2 liefert einen systematischen Überblick über ebene Stützungen, wobei das freie Ende eines Stabes als Grenzfall ebenfalls aufgeführt ist. Die einzelnen Stütztypen werden stets durch feste Symbole dargestellt. Sie können durch besondere Lagerkonstruktionen oder durch gelenkig miteinander verbundene Stäbe (Pendelstützen) realisiert werden. Grundtypen bilden die feste Einspannung und das feste Gelenklager, aus denen die bewegliche Einspannung und das verschiebliche Gelenklager abgeleitet worden sind.

	feste Einspannung	verschiebl. Einspannung	festes Gelenklager	verschiebl. Gelenklager	freies Ende	
<b>Symbol:</b>						
<b>Gelenkstab-äquivalent:</b>						
<b>vorgegeben:</b>	$u = 0$ $w = 0$ $\phi = 0$	$u = 0$ $F_z = 0$ $\phi = 0$	$u = 0$ $w = 0$ $M = 0$	$F_x = 0$ $w = 0$ $M = 0$	$F_x = 0$ $F_z = 0$ $M = 0$	
<b>unbekannt:</b>	$F_x$ $F_z$ $M$	$F_x$ $w$ $M$	$F_x$ $F_z$ $\phi$	$u$ $F_z$ $\phi$	$u$ $w$ $\phi$	
<b>wirkende Reaktionen:</b>						
<b>Wertigkeit:</b>	3	2	2	1	1	0
<b>Freiheitsgradanzahl:</b>	0	1	1	2	2	3
<b>Freiheitsgrade:</b>		$w$	$\phi$	$u, \phi$	$w, \phi$	$u, w, \phi$

Tab. 2 Systematik ebener Stützungen

Doch es ist immer schwer, oder vielleicht manchmal sogar Falsch, nur von diesen Lagerungsarten auszugehen. Wenn man speziell die Modellierung in drei Ebenen betrachtet, können Auflagersituationen z.B. in der x-Richtung starr aber in der y-Richtung gelenkig sein. Hierbei könnten Auflager entstehen die wie im Abbildung 1 aussehen.

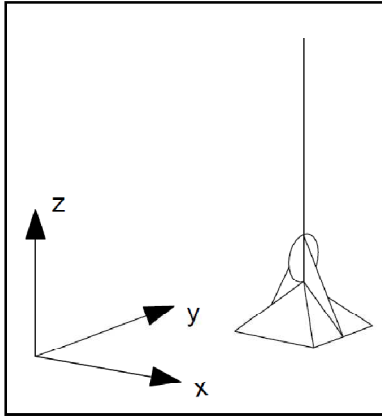


Abb. 1 drei dimensionales Lager

### 3.Knotenpunkte und Anschlüsse

Stützungen verbinden Tragwerke mit ihren Gründungen, Anschlüsse dagegen verknüpfen Stabelemente untereinander. Wie bei Stützungen beschränkt man sich bei diesen Konstruktionselementen auf starre oder reibungsfreie Punktanschlüsse. Starre, reibungsfreie Anschlüsse dienen zur Ausschaltung einzelner innerer Weg- bzw. Kraftgrößen. Die jeweilige korrespondierende innere Kraft- bzw. Weggrößen werden in den Anschlüssen als Zwischenreaktionen bzw. Anschlussdeformationen wirksam. Die Anzahl der Zwischenreaktionen bezeichnet man als Wertigkeit eines Anschlusses.

Tabelle 3 bietet einen systematischen Überblick über zweiwertige, ebene Anschlüsse; alle geben eine Nebenbedingung vor. Als Grenzfall ist der feste, d.h. dreiwertige Anschluss ebenfalls aufgeführt. Einwertige Anschlüsse lassen sich aus den Grundtypen der Tabelle 3 beliebiger Weise kombinieren. Gleiches gilt für die Erweiterung auf räumlich wirksame Anschlüsse.

	fester Anschluss	Biegemomentengelenk	Lagerkraftgelenk	Querkraftgelenk
<b>Symbol:</b>				
<b>Gelenkstab-äquivalent:</b>				
<b>vorgegeben:</b>	$\Delta u = u_l - u_r = 0$ $\Delta w = w_l - w_r = 0$ $\Delta \phi = \phi_l - \phi_r = 0$	$\Delta u = u_l - u_r = 0$ $\Delta w = w_l - w_r = 0$ $M = 0$	$N = 0$ $\Delta w = w_l - w_r = 0$ $\Delta \phi = \phi_l - \phi_r = 0$	$\Delta u = u_l - u_r = 0$ $Q = 0$ $\Delta \phi = \phi_l - \phi_r = 0$
<b>unbekannt:</b>	N Q M	N Q $\Delta \phi$	$\Delta u$ Q M	N $\Delta w$ M
<b>Wirkende Zwischenreaktionen:</b>				
<b>Wertigkeit:</b>	3	2	2	1
<b>Freiheitsgradanzahl: (=Nebenbedingungen)</b>	0	1	1	1
<b>Freiheitsgrad:</b>		$\Delta \phi$	$\Delta u$	$\Delta w$

Tab. 3 Systematik ebener Anschlüsse

## 4. Aufbau von Stabtragwerken

Bauwerke sind räumliche Konstruktionen, daher weisen auch deren Tragwerke und Tragstrukturen eine räumliche Erstreckung auf. Viele Tragwerke sind jedoch auf triviale Weise in ebene Teilstrukturen zerlegbar, was einer der Gründe für die bedeutende Rolle von ebenen Tragwerken in der Statik darstellt.

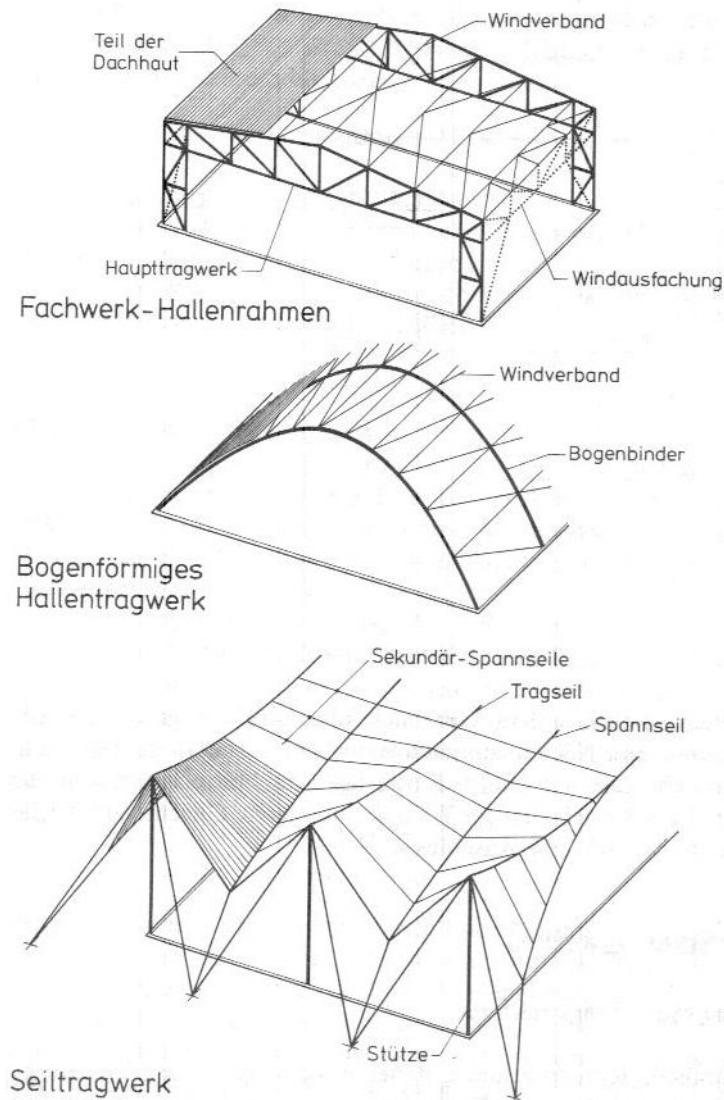


Abb. 2 Tragwerke

Anhand der drei Tragwerksbeispiele wollen wir das weiter erläutern. Oben in Abbildung 2 finden wir eine klassische Konstruktionsform, bestehend aus:

- Zwei trapezförmigen Fachwerkbindern als Primärtragwerk
- Zwei Windverbänden und zwei Ausfachungsverbänden als Sekundärtragwerk

Jedes dieser Teiltragwerke kann für sich allein in einer Ebene abgebildet werden. Daher lässt sich auch das Gesamttragwerk als Folge mehrerer ebenen Teilstrukturen berechnen. Dieses Tragwerk ist somit vollständig in ebene Teiltragwerke zerlegbar. Bei der im mittleren Teil von Abbildung 2 dargestellten bogenförmigen Hallenüberdachung ist dies bereits nicht mehr möglich. Zwar liegen die Bogen noch jeweils in einer Ebene, aber der räumlich gekrümmte Windverband ist ein echtes Raumtragwerk und nur als solches, gemeinsam mit den Bögen, zu berechnen. Bei dieser Struktur gelingt somit nur noch eine Teilerlegung (für vertikale Lasten). Das letzte Tragwerk in Abbildung 2 skizziert eine räumliche Seiltragwerkskonstruktion, siehe man einmal von besonderen symmetrischen Lastkombinationen ab, ist dies überhaupt nicht mehr in einzelne ebene Teilstrukturen zerlegbar.

Fassen wir einmal zusammen: Tragwerke bestehen stets aus räumlichen Tragstrukturen. Diese sind häufig vollständig in ebene Teilstrukturen zerlegbar, wodurch der Erfassungs- und Berechnungsaufwand beträchtlich reduziert werden kann. Gelegentlich gelingt eine Zerlegung noch teilweise, oftmals jedoch überhaupt nicht. In diesem Fall liegen echte Raumtragwerke vor, die nur als solche, oft mit hohem Aufwand, zu behandeln sind.

## 5. Typen ebener Stabwerke

Ebene Stabtragwerke lassen sich nach vielen unterschiedlichen Gesichtspunkten klassifizieren: nach ihrer äußeren Form, nach ihrer mechanischen Wirkweise, nach ihrem Verwendungszweck. Eine erste Unterteilung bietet sich nach der statischen Funktion ihrer Stabelemente an und zwar in:

- Stabwerke, die nur aus Balkenelementen (N, Q, M) bestehen,
- Fachwerke, die nur aus geraden Fachwerkstäben (N) mit reibungsfreien Gelenkverbindungen zusammengesetzt sind, sowie,
- Mischsysteme aus beiden (und weiteren) Elementtypen.



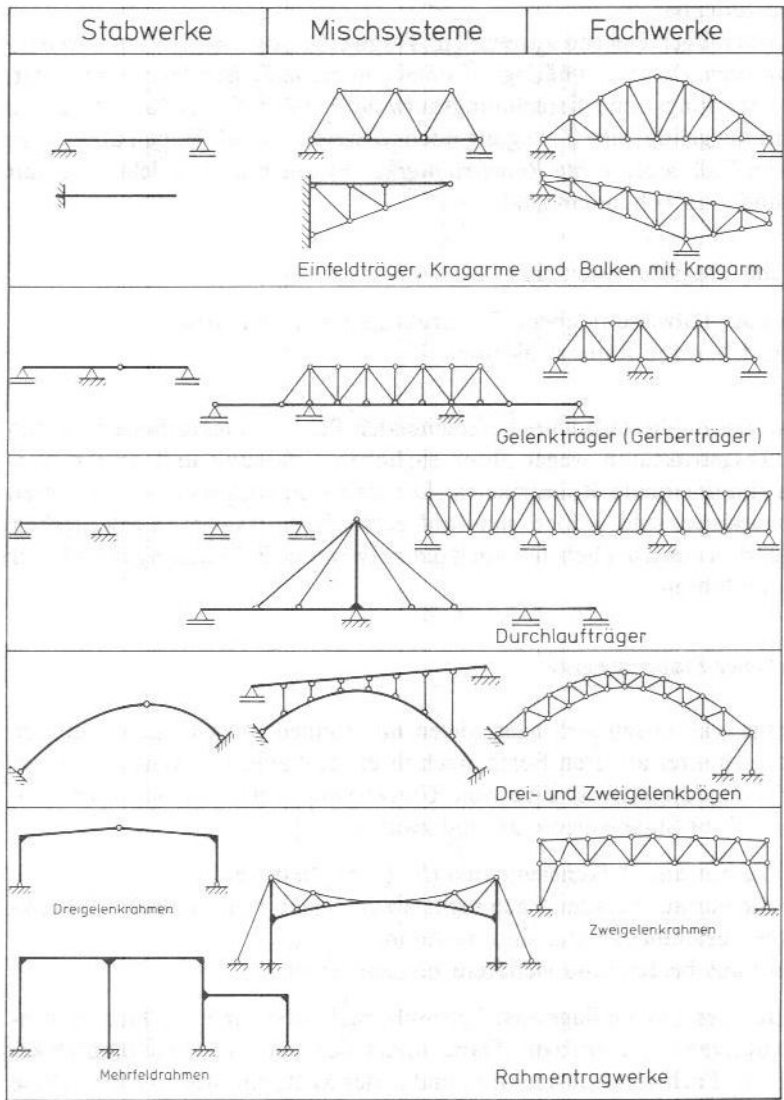


Abb. 3 Typen ebener Stabtragwerke

## 6. Stabtragwerke nach DIN 1052:2004-08

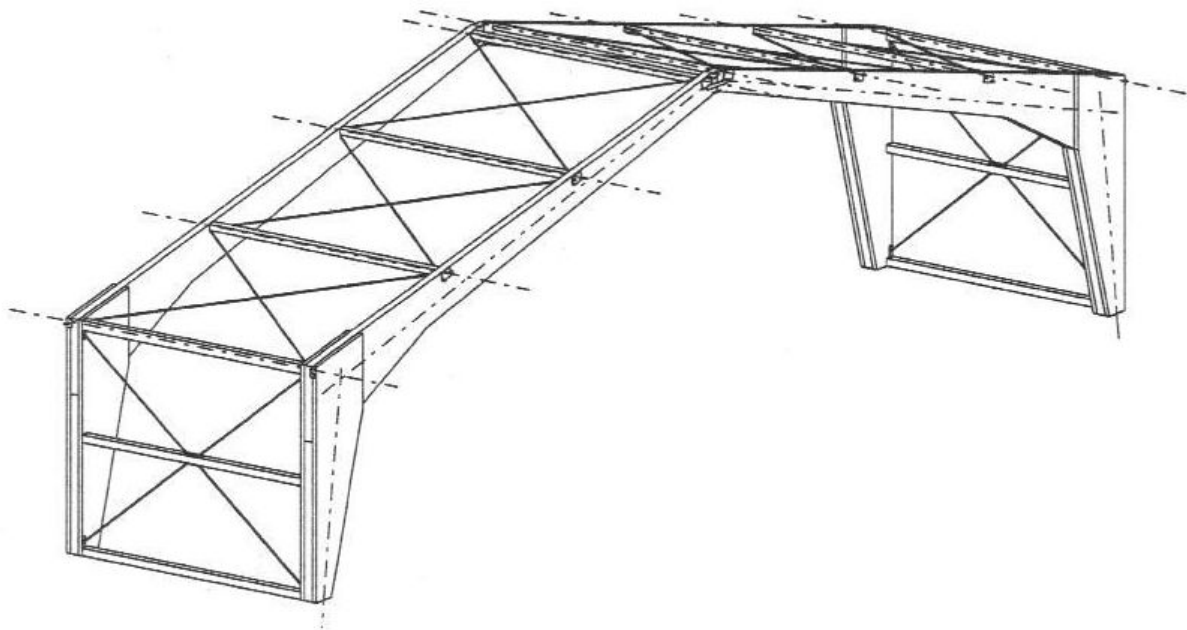


Abb. 4 Stabachsen eines Dreigelenkrahmens, aus Skript Holzbau III von Prof.Dr.Ing. M.-H. Kessel

Die Modellierung von Rechenmodellen ist nicht immer ganz einfach. Wie in Abb. 4 gezeigt liegen nicht immer alle Stabachsen in einer Ebene und es können dadurch große Exzentrizitäten entstehen. Wie man mit diesen Problemen umzugehen hat wird in der DIN 1052:2004-08 Kapitel 8.8 angegeben.

### 6.1.DIN 1052 8.8.1 Allgemeines

*(1) Bei der Ermittlung der Stabkräfte und Momente und bei der Bestimmung der Beanspruchung der Verbindungen sind die Verformungen der Stäbe und der Verbindungen, der Einfluss von Auflagerausmitten sowie die Steifigkeit der Unterkonstruktion zu berücksichtigen.*

Die Umsetzung einer Tragstruktur in ein statisches Modell sollte immer möglichst wirklichkeitsnah sein. Dazu gehören die zutreffenden Lastannahmen sowie die Berücksichtigung von Verformungen resultierend aus den Steifigkeiten der Stäbe und Verbindungen. Beim Stab sind das

- Dehnsteifigkeit  $D = \frac{E_{0,mean} * A}{\gamma_M}$
- Biegefestigkeit  $B = \frac{E_{0,mean} * I}{\gamma_M}$
- Schubsteifigkeit  $S = \frac{G_{mean} * A_v}{\gamma_M}$
- Torsionssteifigkeit  $D = \frac{G_{mean} * I_T}{\gamma_M}$

und bei Verbindungen

Bei der Modellierung der Auflager sind ggf. Ausmittigkeiten so wie Steifigkeiten der Unterkonstruktionen, z.B. bei Einzelfundamenten unter Stützen, zu Berücksichtigen.

Diese sehr wirklichkeitsnahe Modellierung ist bei einfachen Bauwerken nicht erforderlich und es kann ein, auf der sicheren Seite liegendes, vereinfachtes Modell angenommen werden.

*(2) Stabtragwerke dürfen nach Theorie I. Ordnung berechnet werden, wenn für die Einzelstäbe Knick- und Kippnachweise geführt werden und wenn die räumliche Tragfähigkeit des Gesamtsystems offensichtlich ist oder rechnerisch nachgewiesen wird.*

Bei Stabwerken sind zwei Nachweisarten möglich:

- Ermittlung der Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung und Spannungsnachweise in den maßgebenden Querschnitten mit diesen Schnittgrößen.
- Ermittlung der Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung und Nachweise der knick- und kipgefährdeten Einzelstäbe mit den Ersatzstabverfahren.

Die räumliche Tragfähigkeit des Gesamtsystems kann als gegeben angesehen werden, wenn bei Zerlegung des Systems in ebene Teilsysteme diese stabil und dafür die Nachweise erbracht werden.

*(3) Die Systemlinien des statischen Modells sollten mit den Achsen der Stäbe übereinstimmen.*

Ein Prinzip der Modellierung ist es die Achsen der Stäbe als Systemlinien zu benutzen. Werden z.B. bei einem parallelgurtigen Fachwerkbinder die Systemlinien der Gurte in die Gurtober- und Gurtunterseiten statt in die Stabachsen gelegt (Abb. 4), berechnet sich die Gurnormalkraft auf der unsicheren Seite liegend zu:

$$N = \frac{M}{H + h} = 0,91 * \frac{M}{H} = 0,91 * N_{soll}$$

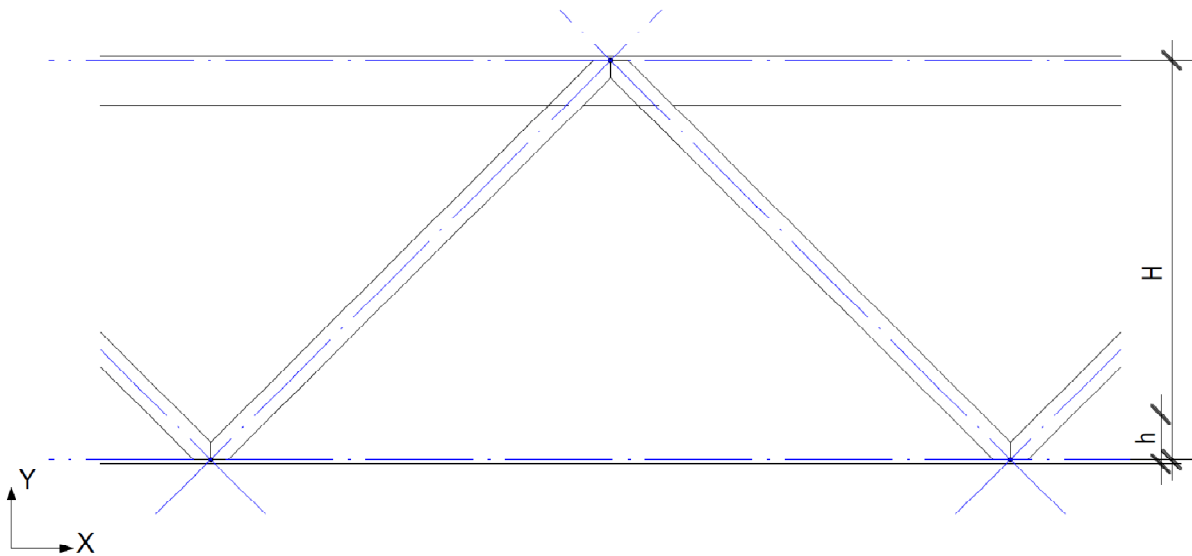


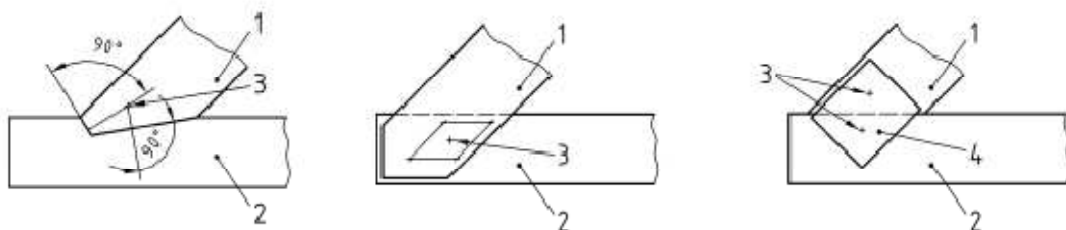
Abb. 5 parallelgürtiger Fachwerkbinder mit versetzten Systemachsen

(4) Für Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind die Steifigkeitskennwerte und die Verschiebungsmoduln nach Gleichungen (4) und (5) zugrunde zu legen.

$$E = \frac{E_{mean}}{\gamma_M}, \quad G = \frac{G_{mean}}{\gamma_M}, \quad K = \frac{K_{u,mean}}{\gamma_M}$$

dabei ist der Mittelwert  $K_{u,mean}$  anzunehmen zu:  $K_{u,mean} = \frac{2}{3} * K_{ser}$

(5) Stäbe werden direkt oder indirekt durch Verbindungselemente wie Knotenplatten, Knotenbleche, Nagelplatten oder Laschen, an die jeder Stab für sich angeschlossen ist, verbunden. Der Schwerpunkt der zu einer direkten Verbindung oder dem Anschluss an ein Verbindungselement gehörigen Anschlussmittel wird als Anschlusspunkt bezeichnet (siehe Abb. 6).



a) direkt über Kontakt

b) direkt über Nägel

c) indirekt über ein Verbindungselement

**Legende**

- 1 Stab 1
- 2 Stab 2
- 3 Anschlusspunkt
- 4 Verbindungselement

Abb. 6 Direkte und indirekte Verbindung von Stäben

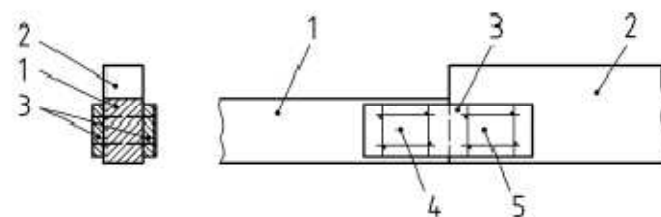
(6) Bei direkten Verbindungen dürfen die Stäbe als im Anschlusspunkt gelenkig verbunden angenommen werden, wenn das Tragwerk hierdurch nicht kinematisch wird.

(7) Liegt der Anschlusspunkt eines Stabes nicht auf seiner Stabachse (ausmittiger Anschluss), so darf der Anschlusspunkt durch einen fiktiven Stab starr mit der zugehörigen Stabachse verbunden werden (Bild 7b).

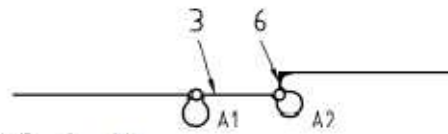
(8) Bei indirekten Verbindungen sind die Anschlusspunkte, die zu einem Verbindungselement gehören, im statischen Modell durch Stäbe zu verbinden.

(9) Die Drehsteifigkeit der Anschlüsse an ein Verbindungselement ist so zu berücksichtigen, dass das Tragwerk nicht kinematisch wird. Hierzu sollten entweder

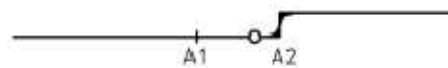
- die Drehsteifigkeiten aller Anschlüsse berücksichtigt werden (Bild 7b) oder
- eine hinreichende Anzahl oder alle Stäbe drehstarr an das Verbindungselement angeschlossen werden oder
- die Anschlusspunkte aller Stäbe drehstarr angenommen und an einen gemeinsamen Gelenkpunkt auf dem Verbindungselement angeschlossen werden (Bild 7c).



a) Nagelverbindung zweier Stäbe



b) Modell mit drehsteifen Anschlüssen



c) Modell mit drehstarrten Anschlüssen und fiktivem Gelenkpunkt

#### Legende

- 1 Stab 1
- 2 Stab 2
- 3 Verbindungselement
- 4 Anschluss Stab 1 an Verbindungselement
- 5 Anschluss Stab 2 an Verbindungselement
- 6 fiktiver Stab

A1 Anschlusspunkt Stab 1 — Verbindungselement

A2 Anschlusspunkt Stab 2 — Verbindungselement

Abb. 7 Indirekte Verbindungen von Stäben über ein Verbindungselement

Die Absätze (5) bis (9) bieten eine ausführliche Hilfe zur Modellbildung von Stabtragwerken. Bei Nagelplattenverbindungen sind die Anschlusspunkte (AP) die Schwerpunkte der wirksamen Anschlussflächen des jeweiligen Stabes. Bei direkten Verbindungen wird die Kraft über ein Verbindungsmittel oder über Kontaktpressung von dem anzuschließenden Stab (1) auf den Anschlussstab (2) übertragen. Bei einem Kontaktanschluss ergibt sich folgender Kraftverlauf:

- Stabachse 1 → Anschlusspunkt (AP), der auf der Stabachse 2 liegt (Abb.8)
- Stabachse 1 → fiktiver Stab zwischen Stabachse 1 und AP → , der nicht auf Stabachse 1 liegt (Abb.9)

Im statischen Modell stellt der Anschlusspunkt ein Modell dar. Der weitere Kraftverlauf hängt vom statischen Modell in dem der Stab 2 eingebunden ist ab.

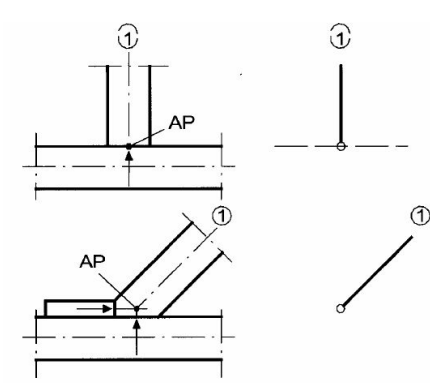


Abb. 8 Direkte Verbindung über Kontakt; Anschlusspunkt liegt auf Stabachse 1

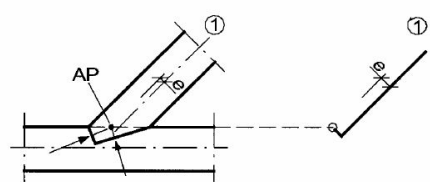


Abb. 9 Direkte Verbindung über Kontakt; AP liegt nicht auf Stabachse 1

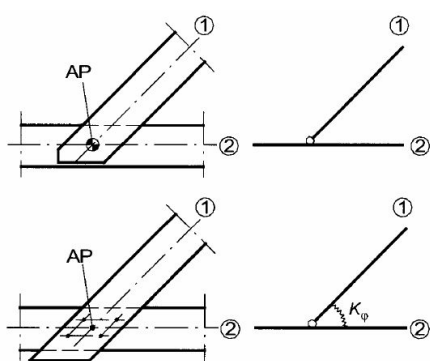


Abb. 10 Direkte Verbindung über Kontakt, AP liegt auf dem Schnittpunkt der Stabachsen

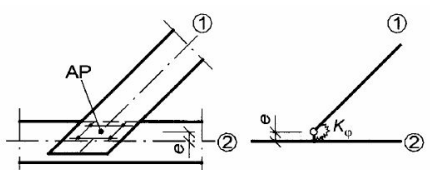


Abb. 11 Direkte Verbindung über Kontakt; AP liegt nicht auf Stabachse 2

Bei einer Direkten Verbindung über mechanische Verbindungsmittel ergibt sich der Kraftverlauf von Stab (1) zu Stab (2):

- Stabachse 1  $\rightarrow$  AP  $\rightarrow$  Stabachse 2, wenn der AP auf dem Schnittpunkt der beiden Stabachsen liegt (Abb.10)
- Stabachse 1  $\rightarrow$  AP  $\rightarrow$  fiktiver Stab zwischen AP und Stabachse 2  $\rightarrow$  Stabachse 2, wenn der AP nicht auf der Stabachse 2 liegt (Abb.11)

Die Fälle, in denen der AP auf Stabachse 2 und nicht auf Stabachse 1 sowie der AP in beiden Stäbe exzentrisch liegt, sind analog zu behandeln. Je nach Ausbildung des Anschlussbildes ist der Anschlusspunkt als Gelenk oder als drehsteifer Anschluss zu betrachten. Die Anordnung von Drehfedern zur Berücksichtigung der Nachgiebigkeit bei der Übertragung von Normal- und Querkräften zeigt Abb.12.

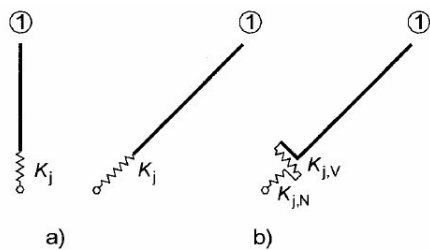


Abb. 12 Drehfedern im AP zur Berücksichtigung der Nachgiebigkeit des Anschlusses bei (a) Normalkraftfeder (b) Normal- und Querkraftfeder

Bei indirekten Verbindungen wird die Kraft eines Stabes (1) über ein Verbindungselement (VE) an einen Stab (2) über mechanische Verbindungsmittel übertragen. Das Verbindungselement wird in das statische Modell als Stab eingeführt, dessen Stabende die Anschlusspunkte bilden. Je nach Ausbildung des Anschlussbildes ist der Anschlusspunkt wie beim direkten Anschluss als Gelenk oder als drehsteifer Anschluss zu betrachten.

(10) Bei der Berechnung von Fachwerken mit indirekten Verbindungen ist im Allgemeinen davon auszugehen, dass Kontaktkräfte zwischen den Stäben nicht auftreten und alle Kräfte vollständig an das Verbindungselement anzuschließen sind. Ausgenommen sind

- faserparallele Stöße,
- Firststöße,
- Verbindungen von Füllstäben mit Gurtstäben, bei denen nur vernachlässigbar kleine Kräfte in Richtung der Kontaktfuge zu übertragen sind, und

- Verbindungen des Ober- und Untergurts bei Auflagerknoten von Dreiecksbindern in Bereichen außerhalb des Verbindungselements.

(11) Die Richtung der Kraft in einem Kontaktanschluss ist rechtwinklig zur Kontaktfuge anzunehmen. Kontaktanschlüsse sind durch mechanische Verbindungsmittel in ihrer Lage zu sichern. Bei Kontaktverbindungen nach (10) sind diese mechanischen Verbindungsmittel für 50 % der durch Kontakt übertragenen Kraft zu bemessen.

Beim Kontakt zwischen den Stäben in indirekten Verbindungen von Fachwerkknoten bleibt bis auf die Ausnahme in Abb.13 und Abb.14 Kontaktkräfte rechnerisch unberücksichtigt. Alle Kräfte sind über die Verbindungselemente vom Stab in den anderen zu übertragen. In den Fällen nach Abb.13 ist der Kontaktanschluss für die volle, rechtwinklig zur Kontaktfläche wirkende Kraft oder Kraftkomponente nachzuweisen. Die Hälfte der zu übertragenden Kraft muss als Lagesicherung durch die Verbindungsmittel zwischen Verbindungselement und Stab übertragen werden können. Kontaktelemente übertragen Kräfte rechtwinklig zur Kontaktfläche und sind mit den Balkenelementen gelenkig verbunden. Die Steifigkeit der Kontaktelemente sollte den Winkel zwischen Kraft- und Faserrichtung in beiden Stäben berücksichtigen. Bei sonstigen Kontaktanschlüssen ist ebenfalls die Kraft stets rechtwinklig zur Kontaktfläche gerichtet und wird zu 100% durch Druckspannungen übertragen. Bei traufknoten von z.B. Nagelplattenbindern darf die Kraftübertragung durch Kontakt außerhalb der Nagelplatte zusätzlich berücksichtigt werden (Abb.14).



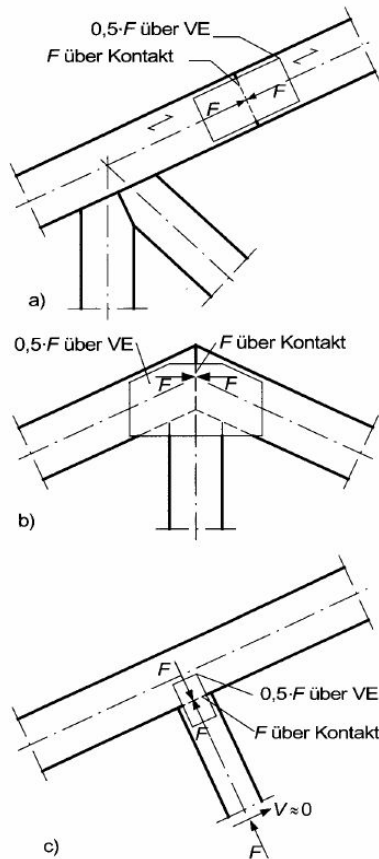


Abb. 13 Rechnerisch zu 50% ansetzbare Kontaktflächen (a) Faserparalleler Stoß (Gurtstoß), (b) Kontaktverbindung der Gurte im Firstknoten, (c) Verbindung Füllstab mit Gurt

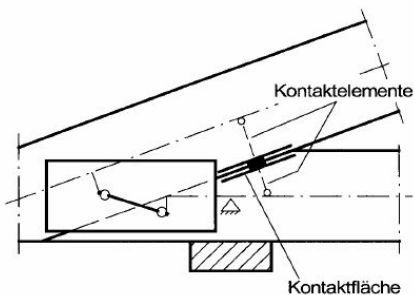


Abb. 14 Modellieren von Kontaktelementen in Traufknoten

## 6.2.DIN 1052 8.8.2 Vereinfachte Berechnung von Fachwerken

(1) Bei fachwerkartigen Bauteilen, die ausschließlich aus Dreiecken aufgebaut sind, darf eine vereinfachte Berechnung als Fachwerksystem durchgeführt werden, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

- ein Teil der Auflagerfläche liegt unterhalb des Auflagerknotenpunktes;
- die Höhe des Fachwerkträgers in Feldmitte ist größer als 15 % seiner Spannweite und größer als das 7fache der größten Gurthöhe;
- der kleinste Winkel einer Verbindung zwischen Ober- und Untergurt beträgt mindestens  $15^\circ$

Bei idealen Fachwerksystemen geht man von einer gelenkigen und zentrischen Verbindung der Stäbe und Einleitung der Lasten in den Knotenpunkten aus. Da die Systemlinien mit den Achsen der Stäbe

übereinstimmen kann man mit geringem Aufwand ein die Stabkräfte berechnen. Werden die Bedingungen für die vereinfachte Berechnung eingehalten, dürfen die Abweichungen vom idealen Fachwerk bei der Modellierung des statischen Systems mit den Regelungen der Absätze (2) bis (8) erfasst werden. Jedoch sollte die Lage der Auflagerflächen berücksichtigt werden. Abb. 14 zeigt Möglichkeiten der Lage der Auflagerflächen unter dem Anschlusspunkt des Auflagerknotens mit in diesem Beispiel direkter Verbindung. Die Grenzfälle b) und d), bei denen der Anschlusspunkt des Auflagerknotens über dem Rand der Auflagerfläche liegt, schließen die Anwendung der vereinfachten Berechnung nicht aus.

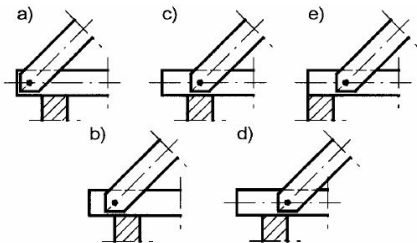


Abb. 15 Lage der Auflagerflächen: (a) unzulässig exzentrisch, (b) bis (d) Bereich zulässiger Exzentrizität, (e) unzulässig exzentrisch

Die Forderung dass die Fachwerkträgerhöhe  $H > 15\%$  der Spannweite  $\ell$  sein soll, ist vergleichbar mit dem Richtwert  $H/\ell > 1/6$ , bei dessen Einhaltung bei üblichen Fachwerkausführungen davon ausgegangen werden darf, dass die Steifigkeit als ausreichend groß angesehen wird und der Durchbiegungsnachweis nicht maßgebend wird. Wird der genaue Durchbiegungsnachweis geführt, muss die Bedingung  $H > 15\%$  nicht eingehalten werden.

zu  $H > 7 \cdot h$

Die durchlaufenden Gurte des Fachwerkträgers mit der maximalen Gurthöhe  $h$  übertragen entsprechend ihrer Biegesteifigkeit  $E_f \cdot I_f$  einen Teil des einwirkenden Biegemoments. Der Anteil  $M_f$  den ein Gurt vom Gesamtmoment  $M$  aufnimmt, berechnet sich zu

$$M_f = \frac{E_f \cdot I_f}{2 \cdot E_f \cdot I_f + 2 \cdot \gamma \cdot E_f \cdot A_f \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^2} \cdot M = \varphi \cdot M$$

mit

$A_f = b \cdot h$       Querschnittsfläche eines Gurtes

$\gamma$       Abminderungsbeiwert zur Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Querverbindungen zwischen den Gurten infolge Längenänderung der Füllstäbe und infolge der Nachgiebigkeit in den Anschlüssen. Zur Berechnung von  $\gamma$  für Fachwerkträger siehe *Brüninghoff* (1988a).

$\gamma=0$       nur die beiden Gurte übertragen das Moment ( $M_f = M/2$ )

$\gamma=1$  die Steineranteile der Gurte wirkt voll mit bei der Biegefestigkeit des Fachwerkträgers

Der Momentenanteil eines Gurtes ergibt sich damit zu

$$M_f = \varphi * M = \frac{M}{2 + 6 * \varphi * \left(\frac{H}{h}\right)^2}$$

zu Winkel zwischen Ober- und Untergurt

Ober- und Untergurt werden bei Mansard- oder Dreieckbindern aneinander angeschlossen. Die maximalen Stabkräfte des Fachwerkbinders sind es in der Regel, die an dieser Stelle zusammentreffen. Bei kleinen Winkeln zwischen den beiden Stäben sind größere Anschlussausmittigkeiten und große Anschlussflächen in vielen Fällen unvermeidbar. Eine vereinfachte Berechnung mit der Annahme zentrischer und gelenkiger Stabverbindungen weicht zu weit von der tatsächlichen Ausführung ab.

(2) Die Beanspruchungen sind an einem Stabwerksmodell mit gelenkigen Anschlüssen in den Knotenpunkten zu ermitteln. Bei durchlaufenden Gurten sind deren Biegemomente unter Berücksichtigung der Durchlaufwirkung zu ermitteln.

(3) Im statischen Modell müssen die Systemlinien mit den Achsen der Gurtstäbe übereinstimmen. Die Systemlinien der Füllstäbe müssen innerhalb der Ansichtsflächen der Stäbe liegen.

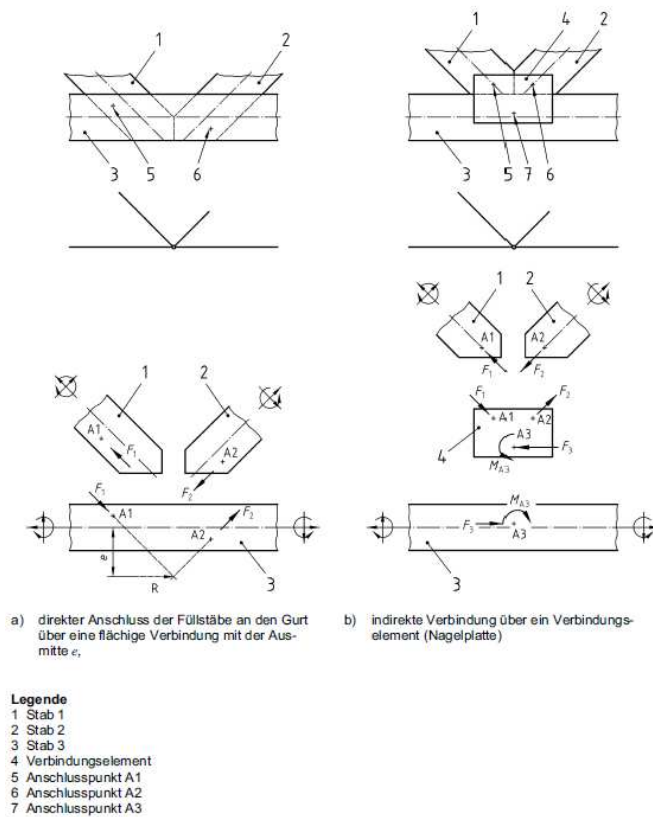


Abb. 16 Knotenpunkte von Fachwerkssystemen mit statischem Modell für die vereinfachte Berechnung und Darstellung der Schnittgrößen in den Anschlusspunkten

(4) Die Anschlüsse an die Verbindungselemente und die direkten Verbindungen werden durch die Resultierende aus der Normal- und Querkraft des jeweils anzuschließenden Stabes beansprucht (Bild 16). Bei indirekten Verbindungen ist zusätzlich Absatz (7) zu beachten.

(5) Liegt der Anschlusspunkt eines Stabes nicht auf der Stabachse, so dass die Stabkräfte nicht zentrisch in die Stäbe eingeleitet werden, ist dieses bei der Berechnung der Momente der Stäbe zu berücksichtigen.

Für die einfache Berechnung von Fachwerken sind gelenkige Stabverbindungen Voraussetzung. Lasten Quer zur Stabachse außerhalb der Knoten treten vor allem bei den Gurten auf und sind nicht mit dem Idealen Fachwerk vereinbar. In solchen Fällen dürfen die in den Knoten durchlaufenden Gurte als Mehrfeldträger berechnet werden. Die Modellierung des Tragwerks für die Berechnung als Fachwerk muss Ausmittigkeiten bei den Gurtachsen vermeiden und darf bei den Füllstäben nur Abweichungen der Systemlinie von der Stabachse innerhalb der Ansichtsfläche des betreffenden Stabes zulassen. Anschlusspunkte zwischen den Stäben oder zwischen Stab und Verbindungselement, die nicht auf der Stabachse liegen, haben Zusatzbeanspruchungen der Stäbe infolge Biegung zur Folge, die zu berücksichtigen sind (Abb. 17). Wegen der Querkraftübertragung siehe nachfolgend Absatz (6).

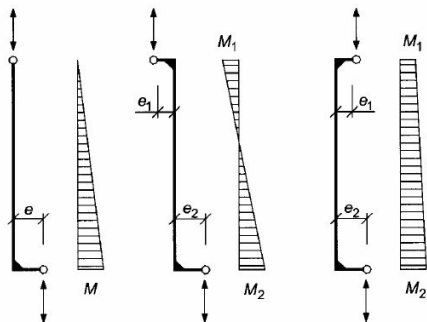


Abb. 17 Biegemomente infolge Ausmittigkeiten

(6) Die Ausmitte flächiger Anschlüsse von Füllstäben an einen durchlaufenden Gurt darf bei der Schnittgrößenermittlung des Gurtes vernachlässigt werden, wenn die Ausmitte kleiner als die halbe Gurthöhe ist (Bild 16a).

Eine Ausnahme von der Regel, dass Biegemomente in den Stäben infolge ausmittiger Anschlusspunkte zu berücksichtigen sind, darf bei durchlaufenden Gurt genutzt werden, wenn die Ausmitte  $e$  (Abb. 16a) kleiner als die halbe Gurthöhe  $h$  ist. Dies entspricht der bisherigen Regelung, die sich bewährt hat. Werden über die Füllstäbe große Querkräfte  $V_1 = F_1 \cdot \sin \alpha_1$  bzw.  $V_2 = F_2 \cdot \sin \alpha_2$  in den Gurt eingeleitet, empfiehlt sich ein vereinfachter Nachweis der Schubspannung des Gurtquerschnittes  $A_f$  mit

$$\tau_d = \frac{V_{1(2),d}}{A_f} \leq f_{v,d}$$

Bei gleichen Gurtfeldweiten verteilt sich das Moment  $R \cdot e$  in Abb. 16a gleichmäßig auf den Gurt links und rechts des Knotens (Abb. 18). Die Momentenlinie in Abb. 18 geht von folgender Vereinfachung aus:

$$F_1 \cdot \cos \alpha_1 \cdot a_1 - F_2 \cdot \cos \alpha_2 \cdot a_2 \approx 0.$$

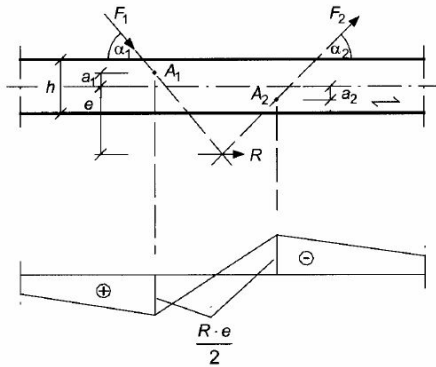


Abb. 18 Momentenverlauf im Gurt bei ausmittigen Füllstabanschlüssen

(7) Bei indirekten Verbindungen ist mindestens ein Stab drehsteif an das Verbindungselement anzuschließen. Das anzuschließende Moment ergibt sich aus dem Gleichgewicht der Momente am Verbindungselement, wobei die Kräfte der angeschlossenen Stäbe als im jeweiligen Anschlusspunkt wirkend anzunehmen sind (Bild 16b).

Der Biegesteife Anschluss des Verbindungselements an mindestens einen Stab vermeidet, dass in dem Fachwerkknoten eine unzulässige kinematische Kette entsteht. Im Fall der Abb. 16b ist das Verbindungselement 4 für das Moment  $M_{A3}$  an den Stab 3 anzuschließen. Die Stäbe 1 und 2 sind in den Anschlusspunkten A1 und A2 mit dem Verbindungselement 4 gelenkig verbunden.

(8) Bei Fachwerksystemen, die nicht den Bedingungen des Absatzes (1) entsprechen, dürfen die Regelungen für die vereinfachte Berechnung angewendet werden, wenn die Biegesteifigkeit durchlaufender Stäbe und die Verschiebungen in den Verbindungen im statischen Modell berücksichtigt werden.

Werden die Bedingungen nach 8.8.2 (1) nicht erfüllt, darf die Berechnung trotzdem an einem Fachwerksystem als Modell erfolgen, wenn in der Berechnung

- Die Biegesteifigkeit durchlaufender Stäbe und
- Die Dehnsteifigkeit der Verbindungen in den Knoten

erfasst wird.

### 6.3.DIN 1052 8.8.3 Beanspruchungen und Verformungen im Bereich von Verbindungen

(1) Die Verformungen der Verbindungselemente dürfen vernachlässigt werden.

Normalkraft-, Schubkraft- und Biegeverformungen von Knotenplatten, Laschen und Nagelplatten sind im Vergleich zu den Verformungen der Verbindungen und der Stäbe vernachlässigbar.

(2) Im Bereich von Auflagern und Anschlüssen darf der Momentenverlauf durchlaufender Gurte entsprechend der Annahme einer konstanten Querlast parabelförmig ausgerundet werden.

Das Maximalmoment der ausgerundeten Momentenlinie berechnet sich mit der Auflagerkraft  $V$  und der Auflagerlänge  $\ell_A$  nach Abb. 19 zu

$$\bar{M} = M - V * \frac{\ell_A}{8}$$

Stützmomente in Fachwerkknoten durchlaufender Gurte dürfen in Anlehnung an Abb. 19 ausgerundet werden. Die konstant angenommene Querlast  $V/\ell_A$  ist mit der Auflagerkraft  $V$  aus den Gurtlasten und mit der Länge  $\ell_A$  in der Gurtachse des für  $V$  erforderlichen Anschlussbildes zu berechnen.

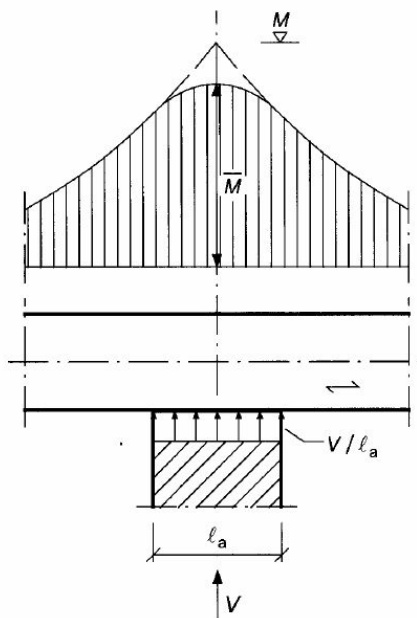


Abb. 19 Ausrundung des Stützmomentes

(3) In Bereichen, in denen die Verbindungselemente und Verbindungsmittel mindestens 90 % der Stabhöhe abdecken, darf der Nachweis der Schubspannungen in den Stäben entfallen.

Knotenplatten, die mit stiftförmigen Verbindungsmitteln flächig angeschlossen sind oder Nagelplatten bewirken eine Erhöhung der Schubtragfähigkeit des Stabes, wenn die Verbindungselemente einen Großteil der Stabhöhe abdecken.

*(4) Bei Gurten, die am unteren Rand aufgelagert und am oberen Rand belastet sind, darf die Querkraft für den Schubspannungsnachweis der Gurte entsprechend 10.2.9 (3) reduziert werden.*

Auflagnernahe Querlasten werden teilweise direkt in das Auflager am untern Rand des Trägers eingeleitet. Dies darf auch bei Fachwerkgurten angenommen werden. Dadurch reduziert sich die rechnerische Querkraft auf die Schubspannung erzeugende Querkraft  $V_{\text{red}}$ .

*(5) Bei Querkzugbeanspruchung im Bereich von Verbindungen ist 11.1.5 zu beachten. Für Nagelplattenverbindungen sind die Gleichungen sinngemäß anzuwenden.*

Für die Fälle mit  $a/h > 0,7$ , z.B. nach Abb. 20 ist der Nachweis der Querkzugspannung, die durch  $F \cdot \sin \alpha$  im Gurt verursacht wird, nicht erforderlich. In Anlehnung an die bisherige Regel für Verbindungen mit Dübeln besonderer Bauart ist ein Querkzugnachweis auch entbehrlich, wenn der Gurt höchstens 300 mm hoch ist und der Anschlusspunkt in der Stabachse oder darüber liegt, d.h. im ungünstigsten Fall  $a/h$  der Wert 0,5 annimmt.

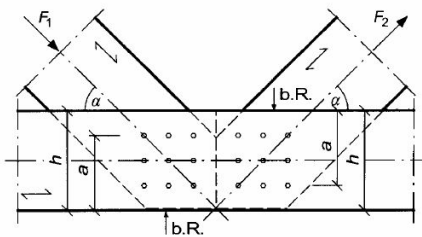


Abb. 20 Beispiel der Definition von a (b.R.: belasteter Rand)

*(6) Stöße dürfen als drehstarr angenommen werden, wenn die tatsächliche Verdrehung unter einer Belastung keine wesentlichen Auswirkungen auf die Schnittgrößen hat. Diese Bedingung darf als erfüllt angesehen werden*

- für Verbindungen mit einem Bemessungswert der Tragfähigkeit, der mindestens dem 1,5fachen Bemessungswert der maßgebenden Einwirkung entspricht, oder
- für Verbindungen mit einem Bemessungswert der Tragfähigkeit für Momentenbeanspruchung, der mindestens dem 3fachen Bemessungswert des einwirkenden Momentes entspricht, sofern das Tragwerk bei gelenkiger Ausbildung der Verbindung nicht kinematisch wäre.

Stöße in Füllstäben kommen praktisch nicht vor. Stöße in Gurten hingegen sind wegen begrenzter Längen bei Stäben aus Vollholz, aus Gründen des Transports oder der Montage in vielen Fällen nicht

zu vermeiden. Wenn man den Stoß als drehstarr annehmen darf, ist keine Schnittgröße- und Verformungsberechnung durchzuführen, bei der die Drehsteifigkeit an der Stelle des Stoßes im statischen System rechnerisch erfasst werden muss. Die Annahme eines drehstarrten Stoßes ist vertretbar, wenn

- bei einer maßgebenden Normalkraft  $N_d$  im Gurt der Bemessungswert  $R_d$  der Tragfähigkeit der Verbindung im Stoß mindestens  $1,5 \cdot N_d$  beträgt

oder

- bei einem maßgebenden Biegemoment  $M_d$  im Gurt der Bemessungswert  $R_d$  der Biegetragfähigkeit der Verbindung im Stoß mindestens  $3 \cdot M_d$  beträgt.

Bei einer Beanspruchung Biegung mit Normalkraft sind beide Bedingungen zu erfüllen.

### 6.4.DIN 1052 8.8.4 Knicklängen der Stäbe von Fachwerken

(1) Die Knicklängen der Stäbe sind dem Anhang E zu entnehmen.

	1	2
	System	Knicklängenbeiwert
1		$\beta = 1$
2		$\beta = \sqrt{4 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{h \cdot K_\phi}}$ $K_\phi$ : Federkonstante der elastischen Einspannung (Kraft · Länge/Winkel)
3		$\beta = \sqrt{4 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{h \cdot K_\phi}} (1 + \alpha)$ für eingespannte Stütze mit: $\alpha = \frac{h}{N} \sum \frac{N_i}{h_i}$



	1	2
	System	Knicklängenbeiwert
4		für $0,15 \leq \frac{h}{l} \leq 0,5$ und $l_{ef} = \beta \cdot s$ : $\beta = 1,25$ (für antisymmetrisches Knicken)
5		Stiel: $l_{ef} = \beta_S \cdot h$ ( $\alpha \leq 15^\circ$ ) $\beta_S = \sqrt{4 + \frac{\pi^2 E I_S}{h} \left( \frac{1}{K_\varphi} + \frac{s}{3 E I_R} \right) + \frac{E I_S \cdot N_R \cdot s^2}{E I_R \cdot N_S \cdot h^2}}$ Riegel: $l_{ef} = \beta_R \cdot s$ ( $\alpha \leq 15^\circ$ ) $\beta_R = \beta_S \cdot \sqrt{\frac{E I_R \cdot N_S}{E I_S \cdot N_R} \cdot \frac{h}{s}}$ (für antisymmetrisches Knicken)
6		für $s_1 < 0,7 \cdot s$ : $\beta = 0,8$ für $s_1 \geq 0,7 \cdot s$ : $\beta = 1,0$ (für antisymmetrisches Knicken)
7		bei gelenkiger Lagerung ( $K_\varphi \approx 0$ ): $\beta = 1,0$ bei nachgiebiger Einspannung ( $K_\varphi \gg 0$ ): $\beta = 0,8$

## 7.Zerlegung der Tragwerke

Begutachten wir das zerlegen von Stabwerken einmal genauer. Welche Fehler können dabei entstehen und welche räumlichen Einflüsse werden dabei vernachlässigt.

Beispiel 1

parallelgurtiger Fachwerkträger:

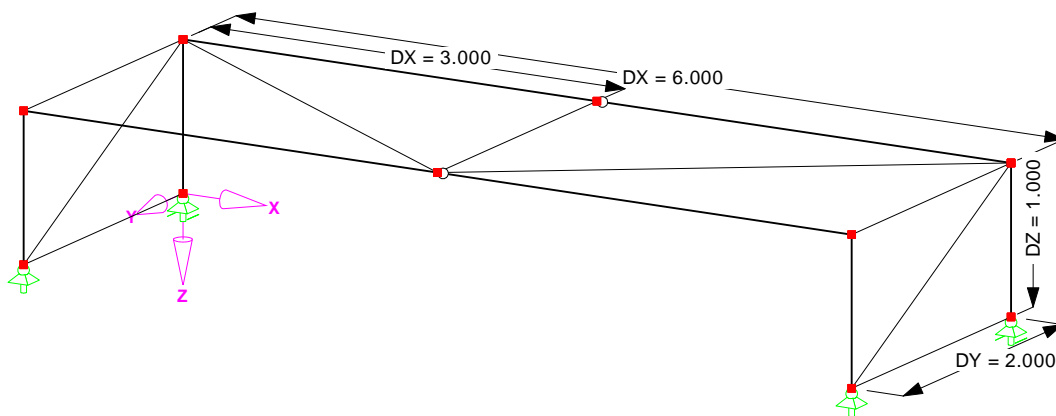
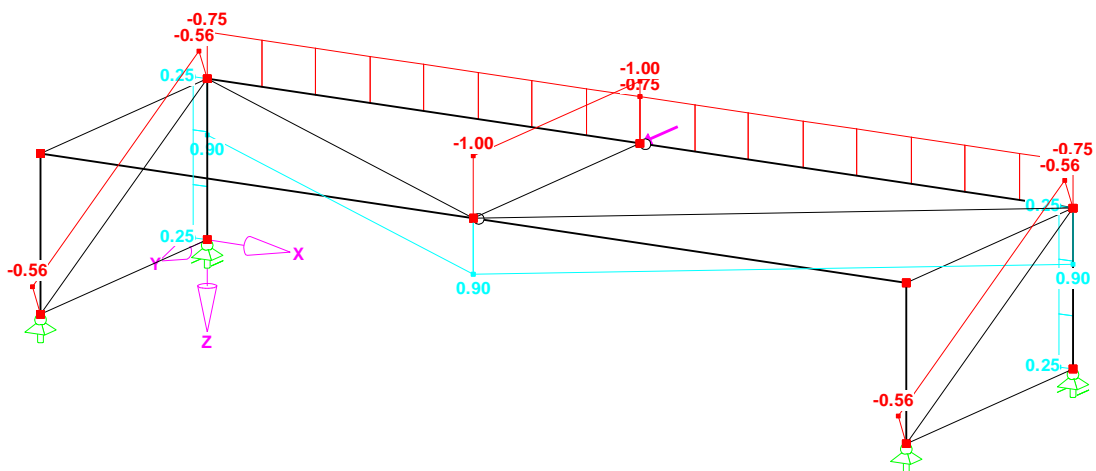


Abb. 21 parallelgurtiger Fachwerkträger

Belastet man diesen nun mit einer Horizontalkraft ( $F=1\text{kN}$ ) in der Mitte des oberen Gurtes ergeben sich folgende Schnittgrößen:

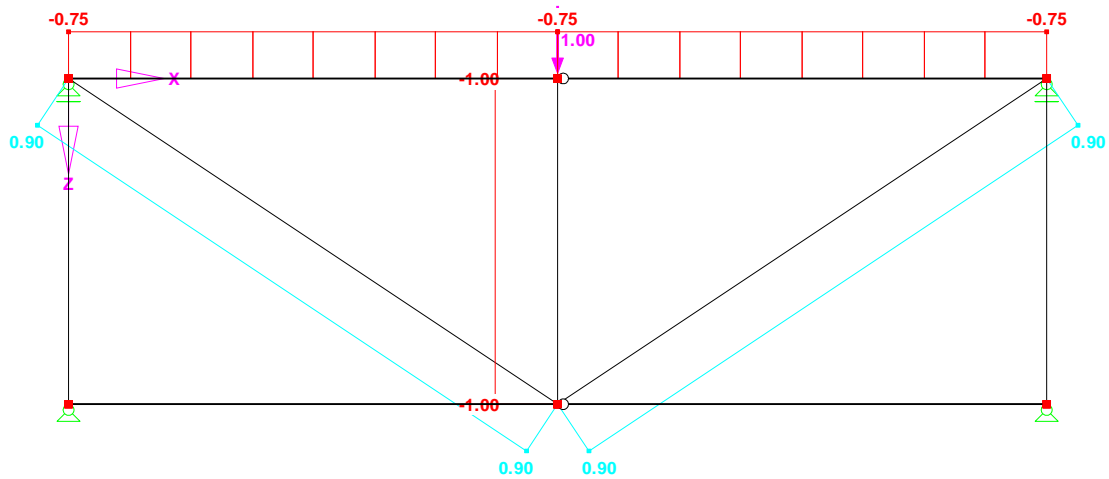


Max N 0.90, Mn N -1.00 kN

Abb. 22 Normalkräfte, parallelgurtiger Fachwerkträger

Zerlegt man nun das Gesamtsystem in ebene Teilsysteme ergeben sich folgende Schnittgrößen:

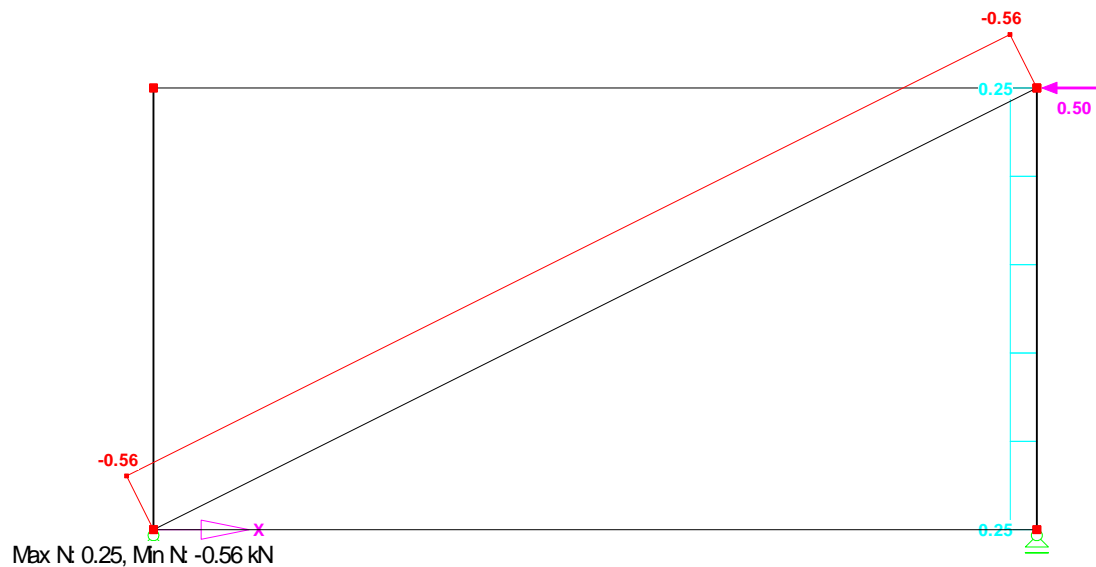
Draufsicht:



Max N: 0.90, Min N: -1.00 kN

Abb. 23 Normalkräfte, parallelgurtiger Fachwerkträger in der Draufsicht

Seitenansicht mit übernommenen Belastungen:



Max N: 0.25, Min N: -0.56 kN

Abb. 24 Normalkräfte, parallelgurtiger Fachwerkträger in der Ansicht

Wie man hier gut erkennen kann, gibt es absolut kein Problem das Stabwerk in einzelne ebenen aufzuteilen. Alle Schnittgrößen sind identisch verglichen mit dem 3d-Modell.

Machen wir nun den gleichen Vergleich mit dem gleichen System jedoch mit einem Satteldach förmigen aufbau.

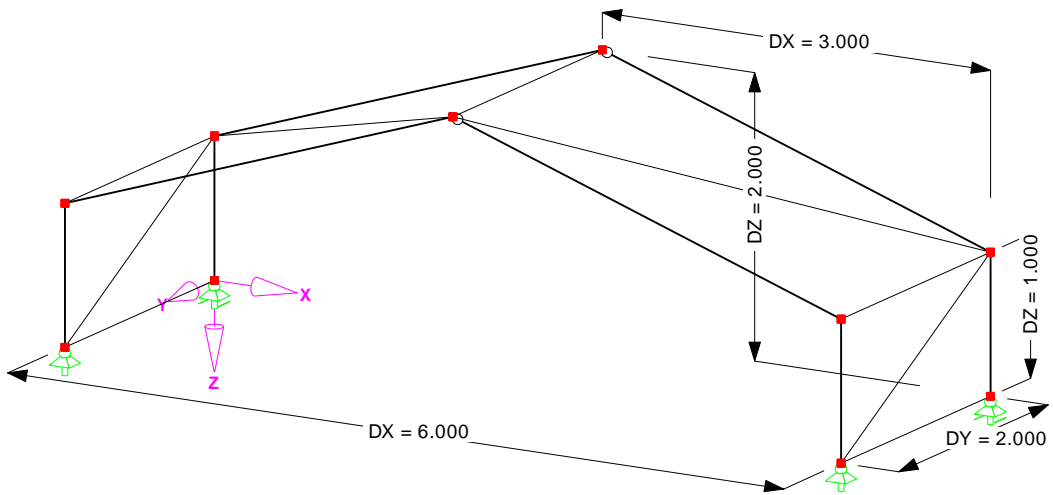
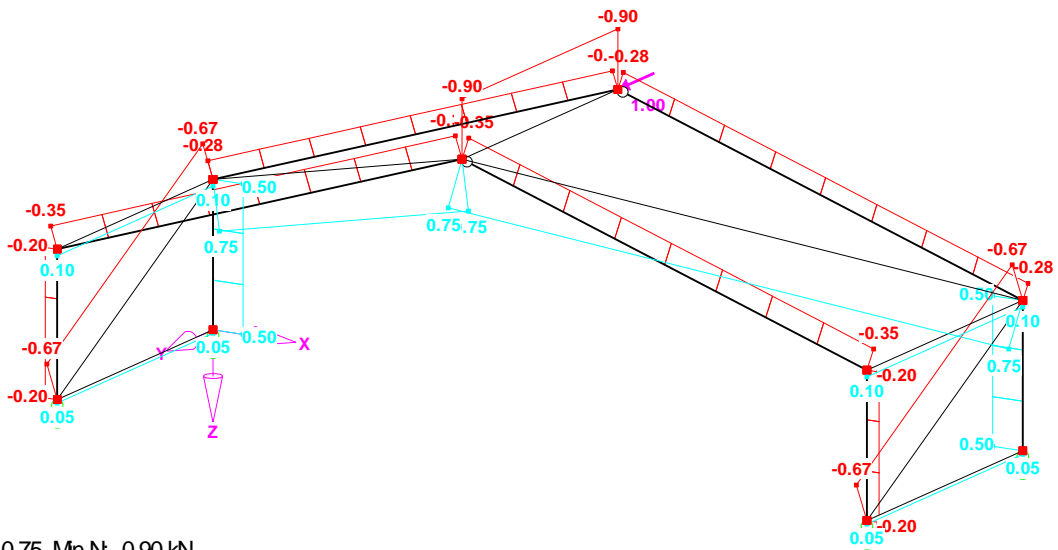


Abb. 25 satteldachförmiger Fachwerkträger

Belasten wir dieses nun ebenfalls mit einer Horizontalkraft ( $F=1\text{kN}$ ) ergeben sich folgende Schnittkräfte.

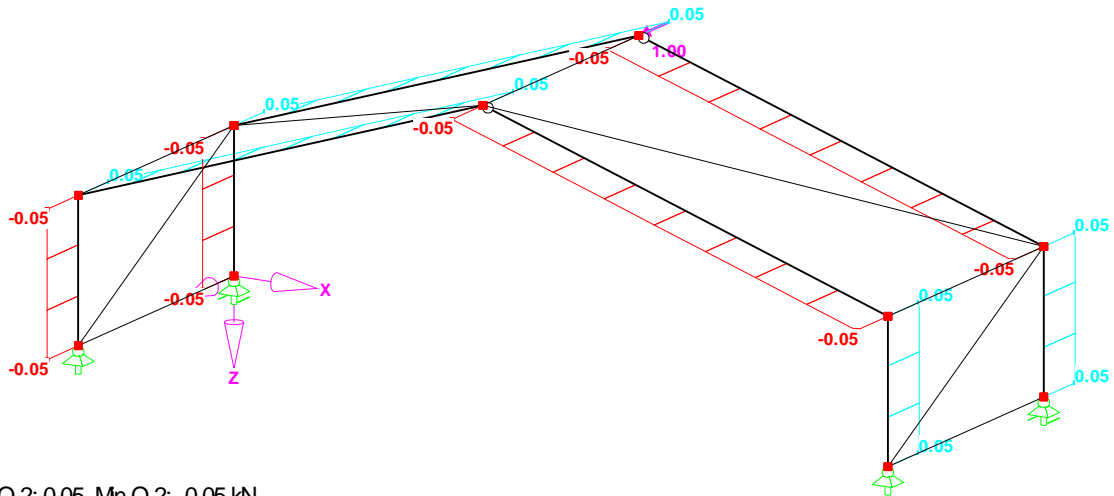
- N



Max N: 0.75, Mn N: -0.90 kN

Abb. 26 Normalkräfte, satteldachförmiger Fachwerkträger

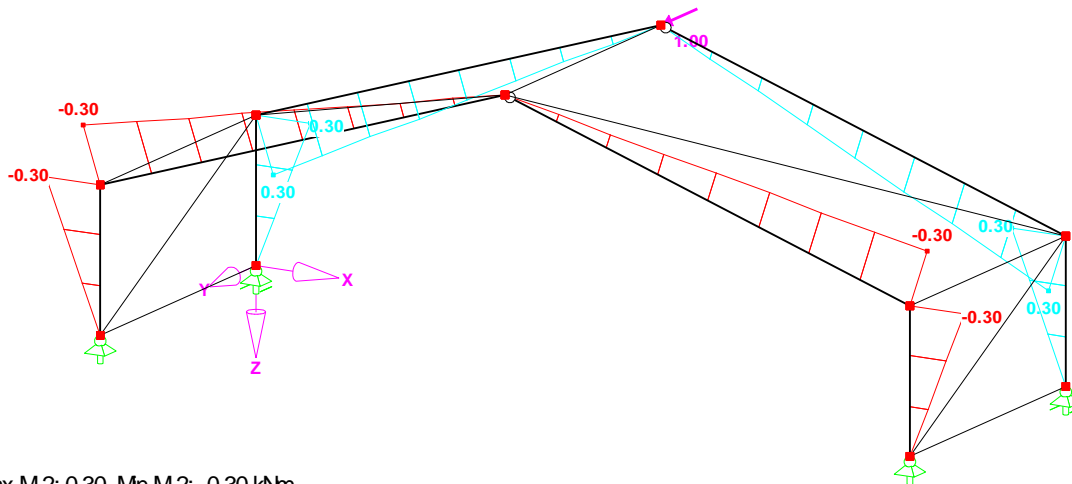
- Q



Max Q-2: 0.05, Min Q-2: -0.05 kN

Abb. 27 Querkräfte, satteldachförmiger Fachwerkträger

- M



Max M-2: 0.30, Min M-2: -0.30 kNm

Abb. 28 Momente, satteldachförmiger Fachwerkträger

Zerlegen wir dieses Beispiel wieder in ebene Stabwerke werden wir sehen, auch wenn wir mit den wahren längen der Dachneigung arbeiten, das die Schnittgrößen identisch mit Abbildung 23 sind. Wo liegt jetzt der Fehler? Es ist einfach Falsch räumliche Stabwerke, ohne große Vorüberlegung, in ebene Stabwerke zu zerlegen. Hierbei ist immer zu beachten, dass durch die Räumlichkeit des Tragwerks zusätzliche Momente entstehen.

## 8. Nachgiebige Verbindungen

Stützen-Riegel-Anschlüsse mit mechanischen Verbindungsmitteln

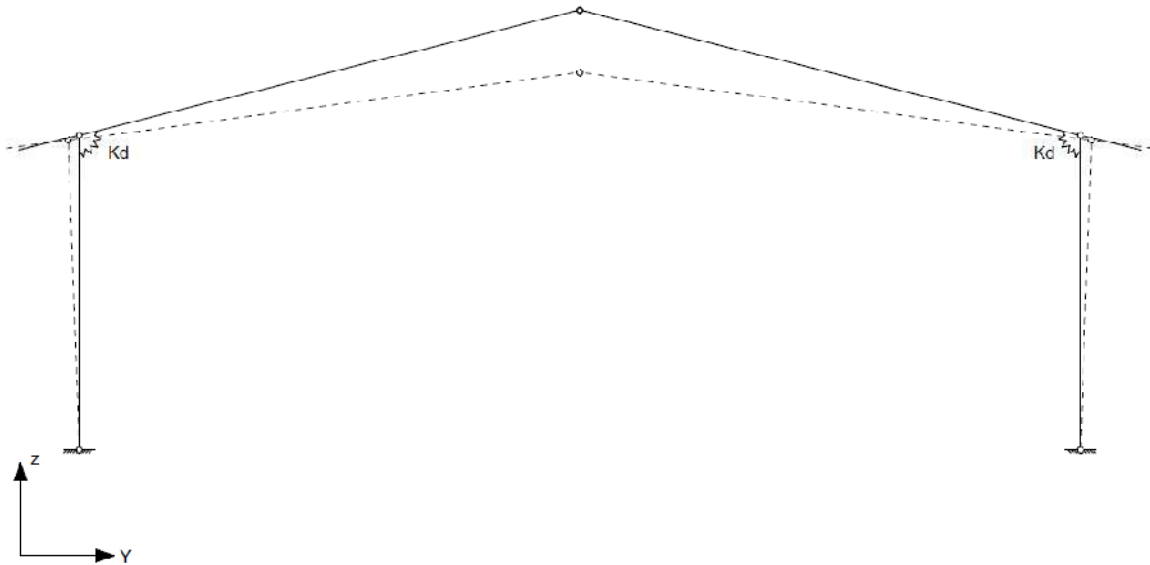


Abb. 29 biegesteife Anschlüsse mit nachgiebigen Verbindungsmitteln

Die Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel bei biegesteifen Anschlüssen (wie z.B. bei Rahmenecken) kann verschiedene Auswirkungen auf die Gebrauchsfähigkeit und die Tragsicherheit der Konstruktion haben.

**Gebrauchsfähigkeit:** Durch Momentenumlagerungen aufgrund der verminderten Anschlusssteifigkeit ergeben sich stets größere Verformungen gegenüber einem System mit starren Anschlüssen.

**Tragsicherheit:** Die Anschlussmomente werden gegenüber einem System mit starren Anschlüssen (z.B. mit gelemten Verbindungen) in der Regel kleiner, hier führt die Momentenumlagerung zu einer erwünschten Reduzierung der nach Theorie I. Ordnung ermittelten Schnittgrößen. Gleichzeitig wird jedoch die Knicklast des Gesamtsystems gegenüber dem Tragsystem mit starren Verbindungen stets vermindert. Dies wirkt sich bei den erforderlichen Stabilitätsnachweisen in entsprechend vergrößerten Knicklängen der Stäbe aus. Bei der Anwendung der Spannungstheorie II. Ordnung, die bei nachgiebig verbundenden Tragsystemen vorteilhaft und oft auch mit wirtschaftlichem Nutzen eingesetzt werden kann, ist der Einfluss der nachgiebigen Anschlüsse stets zu berücksichtigen.

Nachgiebig eingespannte Stütze

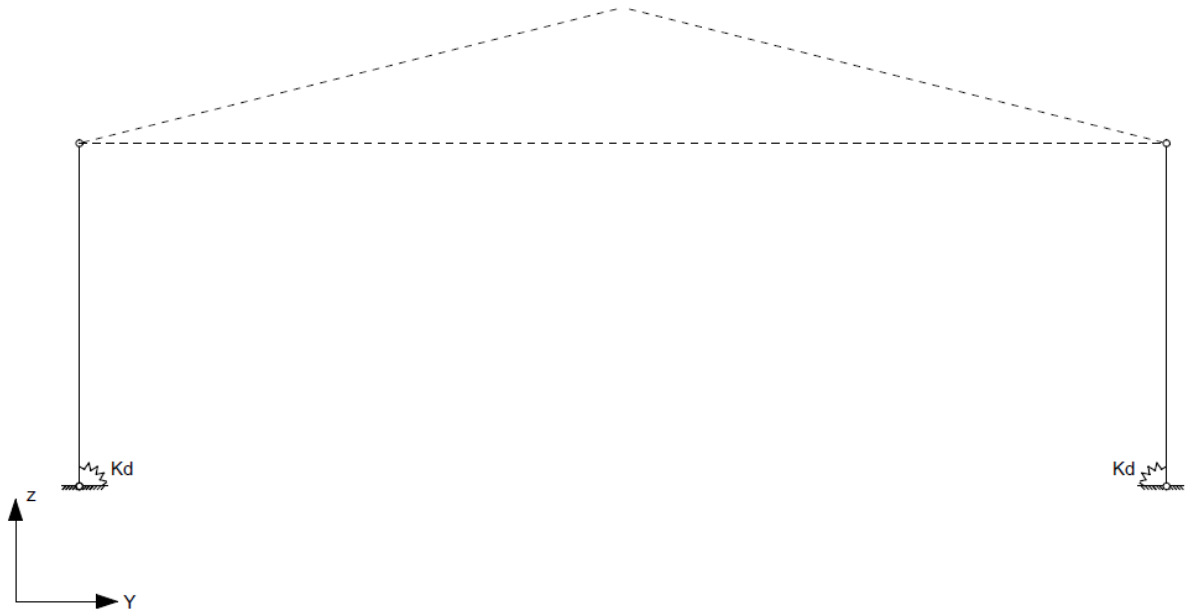


Abb. 30 nachgiebig eingespannte Stützen

Die Einspannung von Holzstützen im Fundament sollte durch Stahlteile erfolgen. Während die elastische Verformung der Stahlteile in der Regel sehr klein gegenüber den Verformungen aus den nachgiebigen Verbindungsmitteln ist, sollte sie jedoch nicht vernachlässigt werden. Die Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel und in manchen Fällen auch die Verdrehungssteifigkeit der Gründung (z.B. bei Einzelfundamenten auf bindigem Baugrund) beim Standsicherheitsnachweis berücksichtigt werden. Die Momente für die Bemessung der Einspannkonstruktion sind grundsätzlich unter Berücksichtigung der Verformung und gegebenenfalls der Verdrehung der Einspannstelle zu ermitteln.

Die Momentenumlagerung durch die Nachgiebigkeit der Anschlüsse können wir uns auch zum nutzen machen. Exorzieren wir das an einem einfachen Beispiel durch.

Beispiel Dreigelenkrahmen:

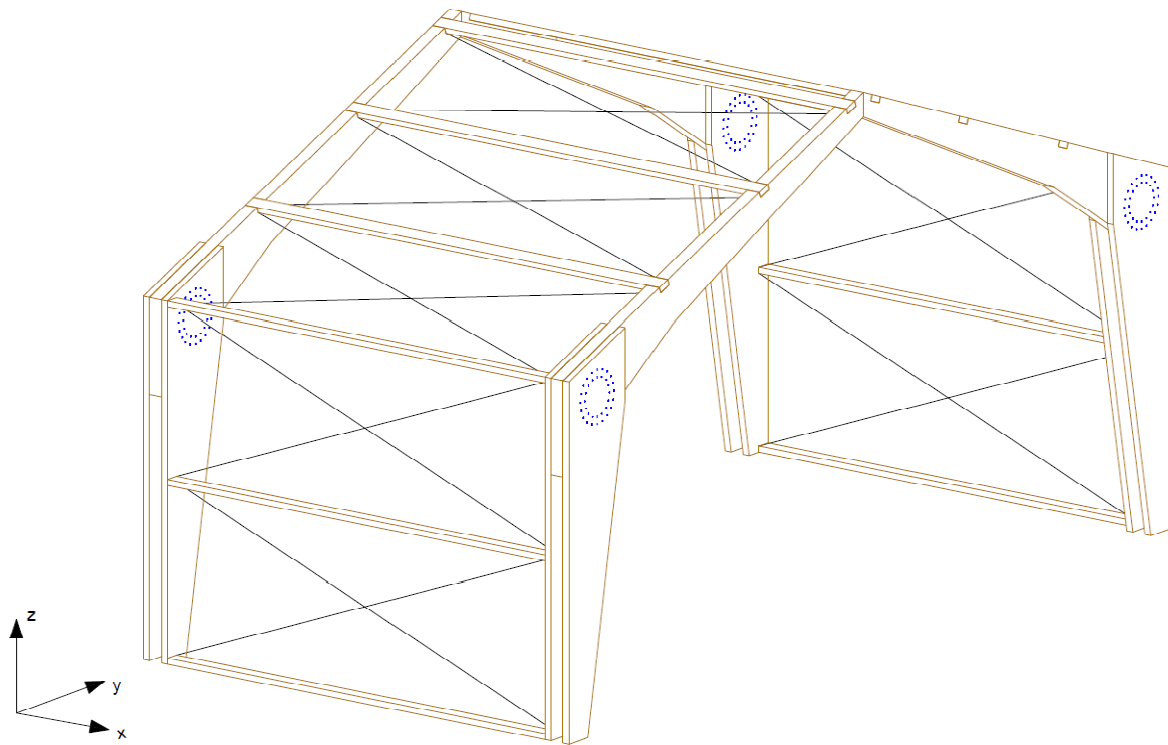


Abb. 31 Systemzeichnung Dreigelenkrahmen

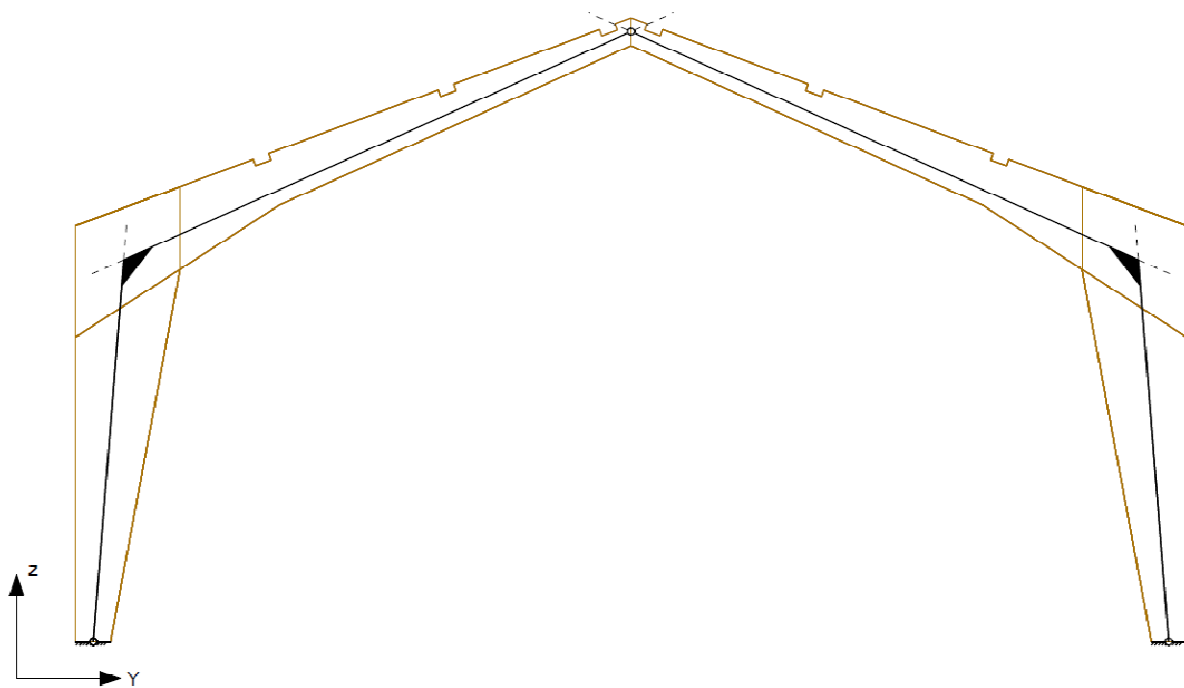


Abb. 32 Dreigelenkrahmen mit modelliertem Stabsystem



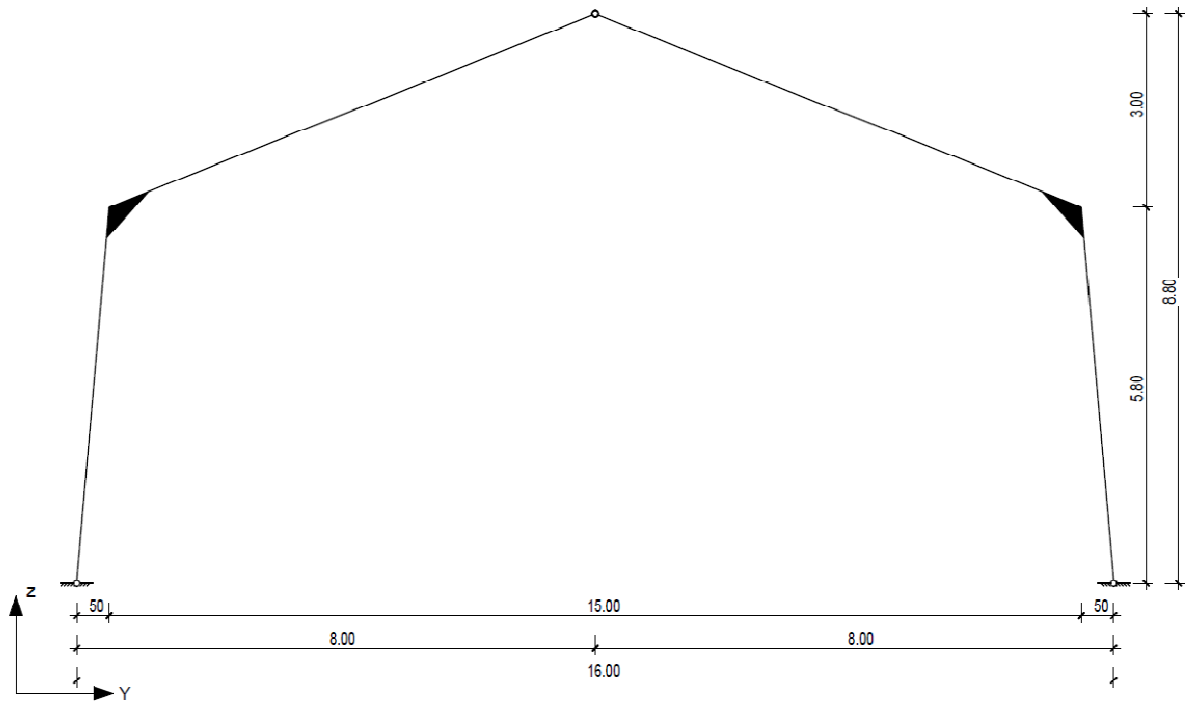


Abb. 33 Modellierung mit Bemaßung

Der Primärsystemabstand beträgt 600 cm

Angenommen wird für dieses Beispiel eine Schneelast von  $0,65 \text{ kN/m}^2$

Eigenlasten des Systems werden vernachlässigt.

Dadurch ergeben sich folgende Schnittgrößen:

- N

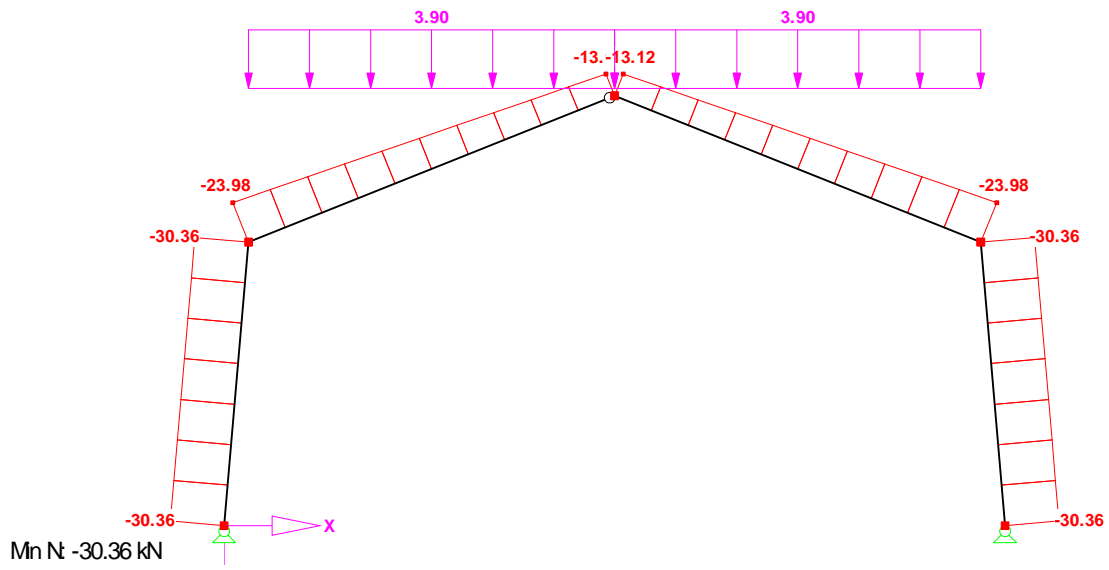


Abb. 34 Normalkräfte des Beispiels ohne Anschlusssteifigkeiten

- Q

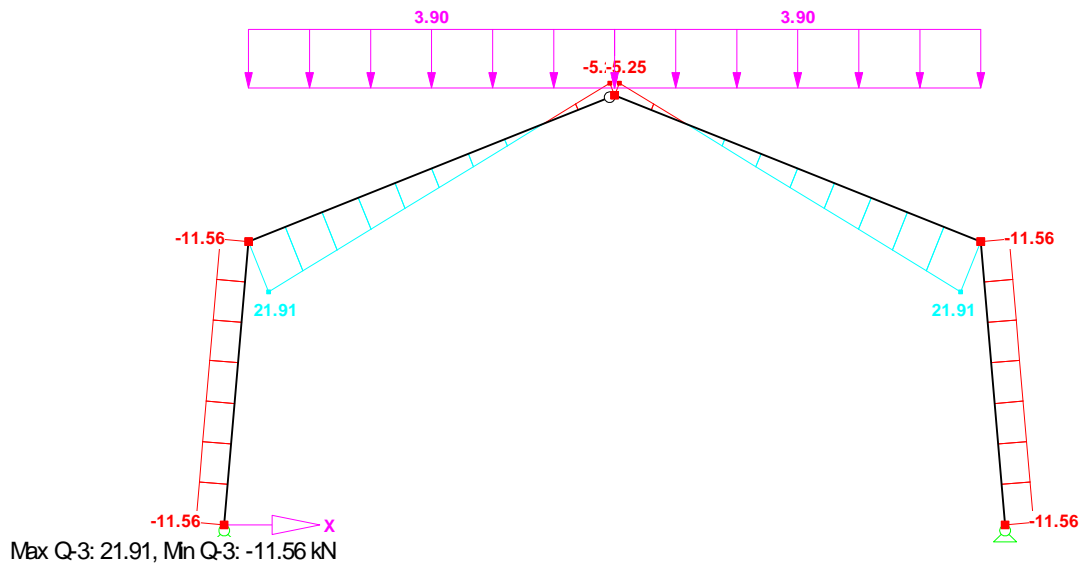


Abb. 35 Querkräfte des Beispiels ohne Anschlusssteifigkeiten

- M

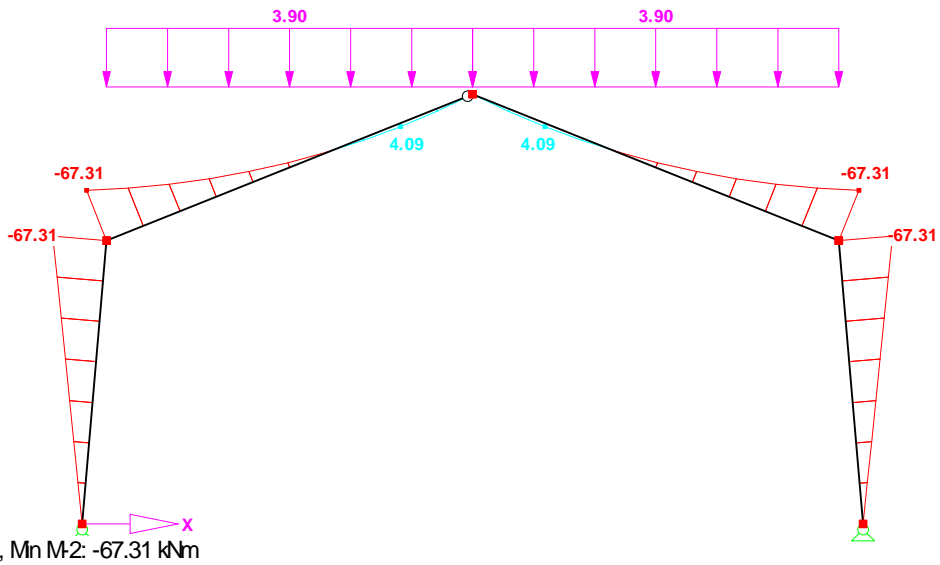


Abb. 36 Momente des Beispiels ohne Anschlusssteifigkeiten

Bei diesen Ergebnissen ist man von einem reibungsfreien Gelenk im Firstpunkt und einer ideal biegesteifen Ecke ausgegangen. Doch berechnen wir uns jetzt mal die Federsteifigkeit der Anschlüsse.

Berechnung der Federsteifigkeit des Anschlusses im Firstpunkt:

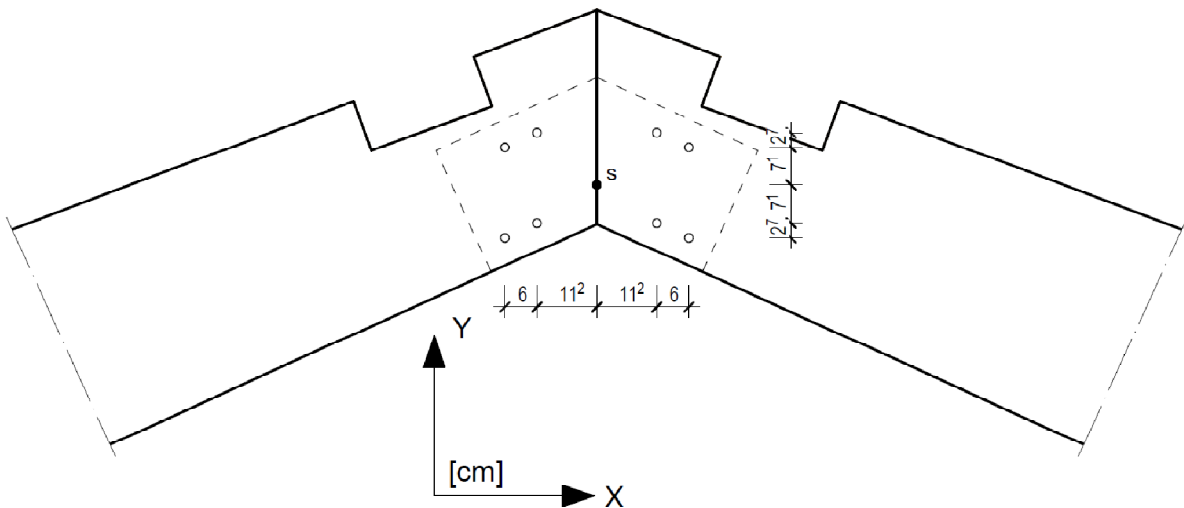


Abb. 37 Anschluss am Firstpunkt

Der Anschluss ist mit einem eingeschlitztem Blech und 8 Stabdübeln  $d=16\text{mm}$  ausgeführt.

Ermittlung der Steifigkeit des Anschlusses (vereinfacht nach Informationsdienst-Holz-Schrift):

Polares Trägheitsmoment  $I_p$

$$I_p = \sum x_i^2 + \sum y_i^2$$

$$\sum x_i^2 = 4 * 2 * 11,2^2 + 4 * 2 * 17,2^2 = 3370,24 \text{ cm}^2$$

$$\sum y_i^2 = 4 * 2 * 7,1^2 + 4 * 2 * 9,8^2 = 1171,6 \text{ cm}^2$$

$$I_p = 3370,24 + 1171,6 = 4541,84 \text{ cm}^2$$

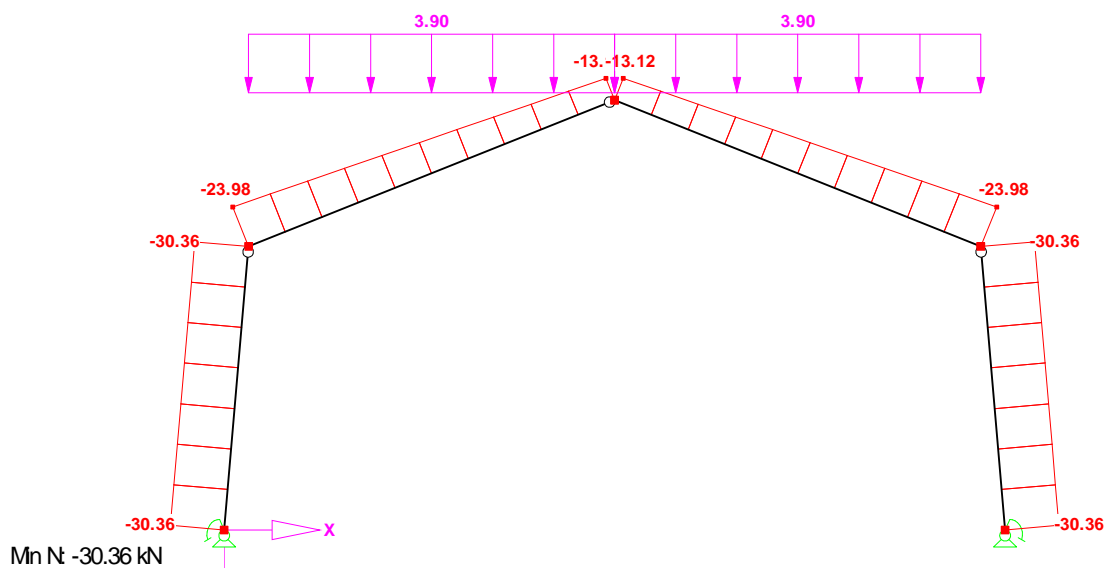
$$K_\gamma = 0,8 * 0,7 * 10,61 = 5,94 \frac{\text{kN}}{\text{cm}}$$

$$K_d = 5,94 * 3370,24 = 20024,62 \text{ kNcm}$$

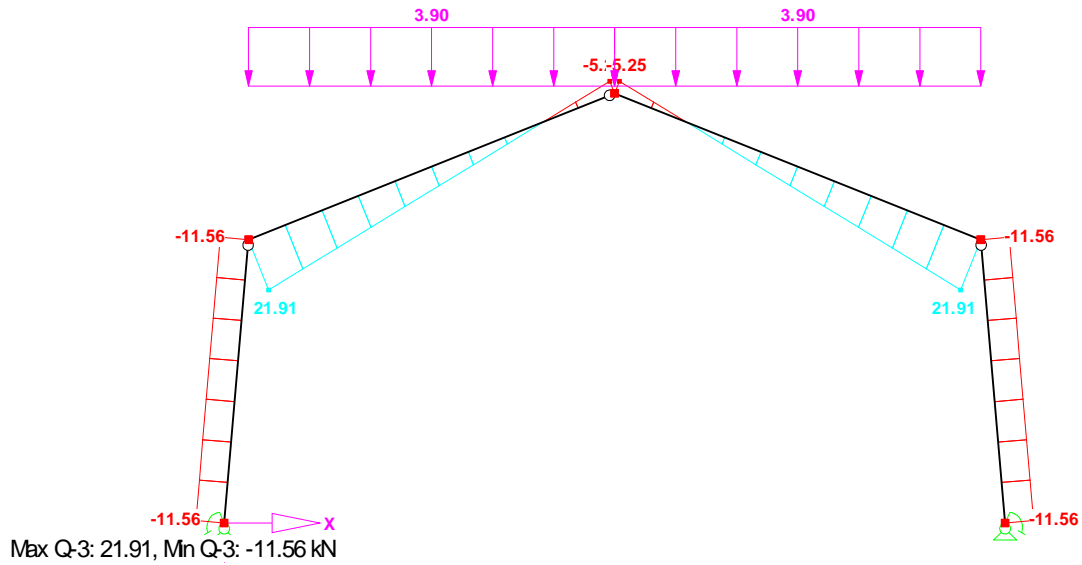
Die Federsteifigkeit des Stabdübelkreises ( $K_d=12,8*10^6 \text{ kNcm}$ ) und des Anschlusses an den Auflagerpunkten des Systems ( $K_d=4,6*10^4 \text{ kNcm}$ ) dürfen natürlich auch nicht vernachlässigt werden.

Daraus ergeben sich folgende Schnittgrößen:

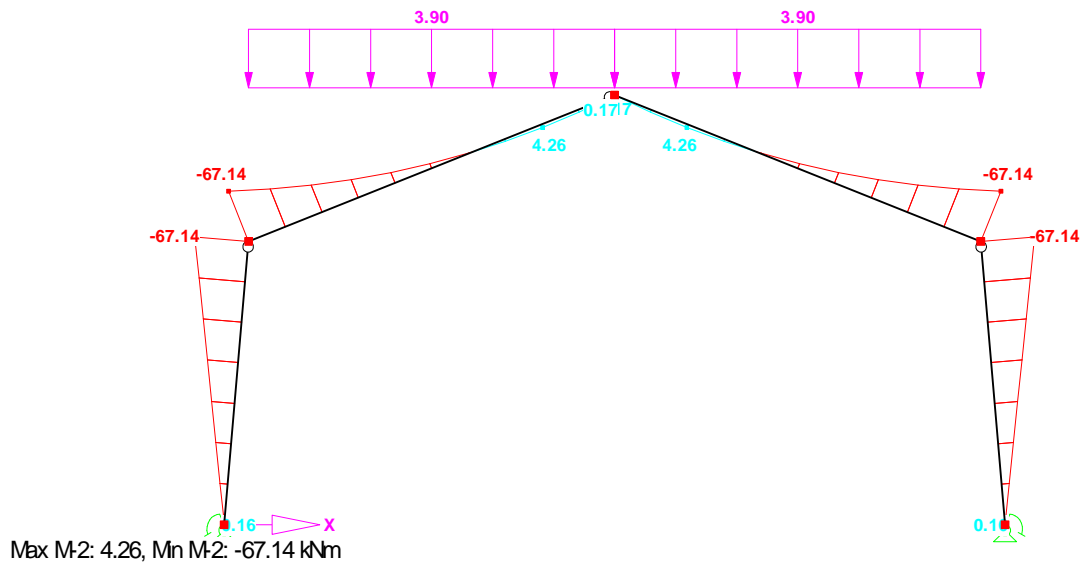
- N



- Q



- M



Schnittkräfte	ohne Steifigkeiten	mit Steifigkeiten	Unterschied
	kN/kNm	kN/kNm	%
N	-30,36	-30,36	0
Q	21,91	21,91	0
M	-67,31	-67,41	0,15

Vergleicht man nun die unterschiedlichen Ergebnisse sieht man dass die Steifigkeiten einen Einfluss, wenn in diesem Beispiel auch nur gering, auf die Momente des Systems haben. Hierbei Sprechen wir

von einer Momentenumlagerung. Dieses Phänomen können wir uns zu Nutze machen um die Querschnitte zu optimieren.

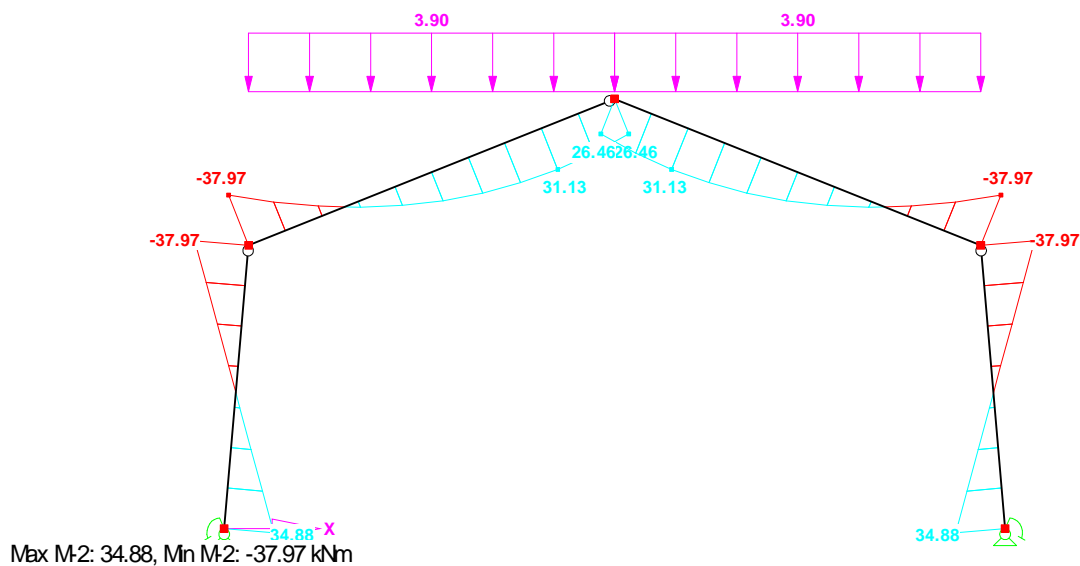
Spielen wir ein wenig mit den Steifigkeiten der Anschlüsse könnten die Momentenumlagerungen wie folgt aussehen.

Steifigkeit Anschluss Firstpunkt:  $2,0 \cdot 10^5$  kNcm

Steifigkeit Anschluss Rahmenecke:  $12,8 \cdot 10^6$  kNcm

Steifigkeit Anschluss Auflagerpunkt:  $9,1 \cdot 10^5$  kNcm

- M



Welche Parameter der Anschlüsse spielen hier eine Rolle?

- Verbindungsmittel
- Verbindungsmittelabstand zum Schwerpunkt
- Schnittigkeit des Anschlusses

## 9. Lager und Gelenke in der Praxis

Auf den folgenden Seiten werden Beispiele gezeigt die in der Praxis ausgeführt wurden.



Abb. 38 Gleitlager, Salignatobel-Brücke, Schweiz



Abb. 39 Rollenlager - verschiebliches Auflager, Bauwerk 13 alt Potsdam



Abb. 40 Verschiebliches Auflager, Zufahrt zum Flughafen Köln



Abb. 41 Rollenaufleger in Brückenmitte, Eisenbrücke in Göteborg





Abb. 42 Auflager, Einbeckhausen



Abb. 43 Festauflager Essingen



Abb. 44 Festauflager-Zwischenstützen, Essingen



Abb. 45 Auflager Meroknoten, Thalkirchener Brücke München

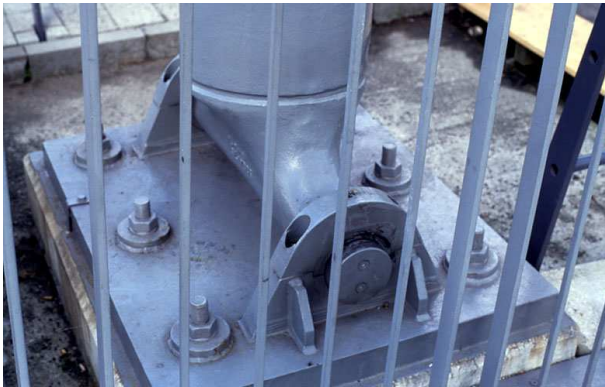


Abb. 46 Gelenk am Fußpunkt



Abb. 47 Festlager, Bauwerk 13 alt Potsdam



Abb. 48 Momentengelenk, Zufahrt zum Flughafen Köln



Abb. 49 Momentengelenk, M20-M25 Dover- London England



Abb. 50 Pendelstütze aus Holz

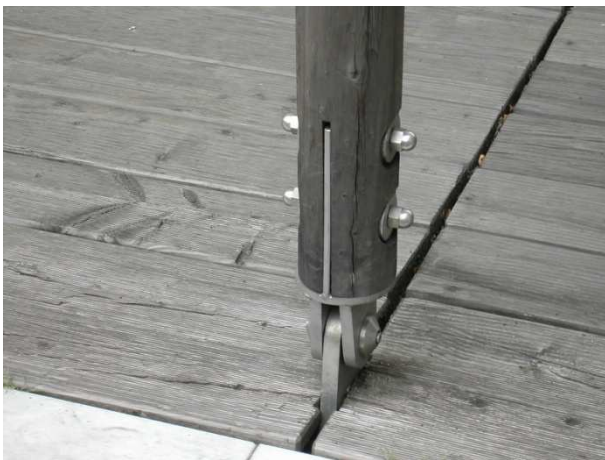


Abb. 51 Anschluss Pendelstütze

## 10.Quellenverzeichnis:

- [1] DIN 1052:2004-08
- [2] Erläuterungen zur DIN 1052:2004-08
- [3] Tragwerke 1; Krätzig, Harte, Meskouris, Wittek
- [4] www.ki-Smile.de

## 11.Abbildungsverzeichnis:

Abb. 1 drei dimensionales Lager .....	5
Abb. 2 Tragwerke .....	7
Abb. 3 Typen ebener Stabtragwerke.....	9
Abb. 4 Stabachsen eines Dreigelenkrahmens, asu Skript Holzbau III von Prof.Dr.Ing. M.-H. Kessel ....	10
Abb. 5 parallelgurtiger Fachwerkbinder mit versetzten Systemachsen .....	12
Abb. 6 Direkte und indirekte Verbindung von Stäben .....	12
Abb. 7 Indirekte Verbindungen von Stäben über ein Verbindungselement.....	13
Abb. 8 Direkte Verbindung über Kontakt; Anschlusspunkt liegt auf Stabachse 1 .....	14
Abb. 9 Direkte Verbindung über Kontakt; AP liegt nicht auf Stabachse 1 .....	14
Abb. 10 Direkte Verbindung über Kontakt, AP liegt auf dem Schnittpunkt der Stabachsen .....	14
Abb. 11 Direkte Verbindung über Kontakt; AP liegt nicht auf Stabachse 2 .....	14
Abb. 12 Drehfedern im AP zur Berücksichtigung der Nachgiebigkeit des Anschlusses bei (a) Normalkraftfeder (b) Normal- und Querkraftfeder .....	15
Abb. 13 Rechnerisch zu 50% ansetzbare Kontaktflächen (a) Faserparalleler Stoß (Gurtstoß), (b) Kontaktverbindung der Gurte im Firstknoten, (c) Verbindung Füllstab mit Gurt.....	17
Abb. 14 Modellieren von Kontaktelementen in Traufknoten.....	17
Abb. 15 Lage der Auflagerflächen: (a) unzulässig exzentrisch, (b) bis (d) Bereich zulässiger Exzentrizität, (e) unzulässig exzentrisch.....	18
Abb. 16 Knotenpunkte von Fachwerksystemen mit statischem Modell für die vereinfachte Berechnung und Darstellung der Schnittgrößen in den Anschlusspunkten .....	19
Abb. 17 Biegemomente infolge Ausmittigkeiten .....	20
Abb. 18 Momentenverlauf im Gurt bei ausmittigen Füllstabanschlüssen.....	21
Abb. 19 Ausrundung des Stützmomentes.....	22
Abb. 20 Beispiel der Definition von a (b.R.: belasteter Rand).....	23
Abb. 21 parallelgurtiger Fachwerkträger .....	26
Abb. 22 Normalkräfte, parallelgurtiger Fachwerkträger.....	26
Abb. 23 Normalkräfte, parallelgurtiger Fachwerkträger in der Draufsicht.....	27
Abb. 24 Normalkräfte, parallelgurtiger Fachwerkträger in der Ansicht.....	27
Abb. 25 satteldachförmiger Fachwerkträger .....	28
Abb. 26 Normalkräfte, satteldachförmiger Fachwerkträger.....	28
Abb. 27 Querkräfte, satteldachförmiger Fachwerkträger.....	29
Abb. 28 Momente, satteldachförmiger Fachwerkträger .....	29
Abb. 29 biegesteife Anschlüsse mit nachgiebigen Verbindungsmittel .....	30

Abb. 30 nachgiebig eingespannte Stützen .....	31
Abb. 31 Systemzeichnung Dreigelenkrahmen .....	32
Abb. 32 Dreigelenkrahmen mit modelliertem Stabsystem.....	32
Abb. 33 Modellierung mit Bemaßung .....	33
Abb. 34 Normalkräfte des Beispiels ohne Anschlusssteifigkeiten .....	34
Abb. 35 Querkräfte des Beispiels ohne Anschlusssteifigkeiten .....	34
Abb. 36 Momente des Beispiels ohne Anschlusssteifigkeiten .....	35
Abb. 37 Anschluss am Firstpunkt .....	35
Abb. 38 Gleitlager, Salignatobel-Brücke, Schweiz.....	39
Abb. 39 Rollenlager - verschiebliches Auflager, Bauwerk 13 alt Potsdam.....	39
Abb. 40 Verschiebliches Auflager, Zufahrt zum Flughafen Köln .....	40
Abb. 41 Rollenaufleger in Brückenmitte, Eisenbrücke in Göteburg.....	40
Abb. 42 Auflager, Einbeckhausen.....	41
Abb. 43 Festauflager Essingen.....	41
Abb. 44 Festauflager-Zwischenstützen, Essingen .....	41
Abb. 45 Auflager Meroknoten, Thalkirchener Brücke München .....	42
Abb. 46 Gelenk am Fußpunkt.....	42
Abb. 47 Festlager, Bauwerk 13 alt Potsdam.....	43
Abb. 48 Momentengelenk, Zufahrt zum Flughafen Köln .....	43
Abb. 49 Momentengelenk, M20-M25 Dover- London England .....	43
Abb. 50 Pendelstütze aus Holz .....	44
Abb. 51 Anschluss Pendelstütze.....	44

## 12.Tabellenverzeichnis:

Tab. 1 Stabelemente und deren Schnittgrößen .....	3
Tab. 2 Systematik ebener Stützungen .....	4
Tab. 3 Systematik ebener Anschlüsse .....	6