

Ausarbeitung
Holz-Beton-
Verbund
WS 09/10

4. Januar

2010

Von
B.Eng. Daniel Hölscher
Matrikelnummer: 501350
Ludolfingerstraße 20
31137 Hildesheim
Tel.: 0176 24107882

Prüfer:
Prof. Dipl.-Ing.
Nikolaus Nebgen

Einleitung

In der Folgenden Ausarbeitung wird eine Holzbalkendecke mit einer Holz-Beton-Verbunddecke verglichen. Um die Dimensionierung der Bauteile möglichst so zu wählen, dass diese beiden Deckensysteme vergleichbar sind, wird eine maximale Durchbiegung von 6mm angenommen. Des Weiteren werden bei der Holz-Beton-Verbunddecke die Schnittgrößen mit drei verschiedenen Verfahren ermittelt. Zuerst mit dem Gamma-Verfahren, dann mit dem Stabwerksverfahren und zuletzt mit dem Schubanalogie-Verfahren. Bei dem Stabwerks- und Schubanalogie-Verfahren werden die Schnittgrößen mit Hilfe eines Stabwerksmodells ermittelt. Diese Modelle werden in einem Stabwerksprogramm (RStab) modelliert und berechnet. In dieser Ausarbeitung wird die Modellierung der Modelle ausführlich erklärt. Mit den ermittelten Schnittgrößen werden dann alle erforderlichen Nachweise geführt. Dazu gehören die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sowie die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit. Die Auslastungen werden dann, bezogen auf die verschiedenen Berechnungsverfahren, tabellarisch und grafisch dargestellt. Die Gesamtdurchbiegung der Holz-Beton-Verbunddecke werden bei dem Gamma-Verfahren mit dem effektiven $E \cdot I$ ermittelt und bei den beiden anderen Verfahren mit Hilfe des Stabwerksmodells.

Inhalt

1.	Holzbalkendecke	6
1.1.	Lastannahmen:.....	6
1.2.	Lastfallkombination:.....	7
1.3.	Ermittlung des Balkenquerschnittes	7
1.4.	Schnittgrößen.....	7
1.5.	Nachweise	8
1.5.1.	Nachweise auf Biegung	8
1.5.2.	Nachweis auf Schub aus Querkraft	8
2.	Holz-Beton-Verbund	9
2.1.	Lastannahmen:.....	9
2.2.	Lastfallkombination:.....	10
2.3.	Materialkennwerte:	10
2.3.1	Beton.....	10
2.3.2	Holz	10
2.3.3	Verbindungsmittel.....	11
2.3.4.	Berechnung des Verschiebungsmoduls des Verbindungsmittels (nach Zulassung Z-9.1-648).....	12
3.	Ermittlung der Schnittgrößen mit dem Gamma-Verfahren	13
3.1.	Gamma-Faktor	13
3.2.	Verbund-Trägheitsfaktor.....	13
3.3.	Schnittgrößen.....	14
3.4.	Schubspannungen nach DIN 1052:2008-12	15
3.4.1.	Der Bemessungswert der Schubspannung in der neutralen Ebene des Holzquerschnittes.....	15
3.4.2.	Der Bemessungswert der Schubspannung in der neutralen Ebene des Betonquerschnittes	15
3.5.	Der Bemessungswert der in der Fuge auf ein Verbindungsmittel entfallenden Kraft.....	16
3.6.	Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit	16
3.6.2.	Nachweis des Zuggurtes (Holzquerschnitt)	16
3.7.2.	Nachweis auf Schub aus Querkraft (Holzquerschnitt).....	17
3.7.3.	Nachweis des Druckgurtes (Betonquerschnitt)	17
3.7.4.	Nachweis aus Querkraft (Betonquerschnitt).....	19
3.7.5.	Nachweis des Verbindungsmittels	21
3.8.	Gebrauchstauglichkeitsnachweise (Durchbiegung)	21

3.8.3.	elastische Anfangsdurchbiegung aus veränderlicher Einwirkung	21
3.8.4.	elastische Enddurchbiegung aus veränderlicher Einwirkung	22
4.	Ermittlung der Schnittgrößen mit dem Stabwerksverfahren	23
4.7.	Modellierung des Stabwerksmodells	23
4.1.2.	Modellierung der Verbindungsmittel mit Angabe der Ersatzbiegesteifigkeit	23
4.1.4.	Belastung des Stabwerkmodelles	25
4.8.	Ergebnisse des Stabwerkmodells	26
4.9.	Tabellarische Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse	31
4.10.	Nachweise	32
5.	Ermittlung der Schnittgrößen mit dem Schubanalogieverfahren	33
5.7.	Modellierung des Modells	33
5.1.2.	Ermittlung der Biegesteifigkeit des Trägers A	33
5.1.3.	Werte für das RStab-modell	34
5.2.	Ermittlung der Biege- und Schubsteifigkeit des Trägers B	34
5.2.1.	Werte für das RStab-modell	35
5.2.2.	Belastung des Schubanalogiemodells in RStab	36
5.2.3.	Ergebnisse der Schubanalogiemodells in RStab	36
5.3.	Umrechnung der Ergebnisse aus dem RStab-modell	40
5.4.1.	Biegemomente	40
5.3.2.	Normalkräfte	41
5.3.3.	Querkräfte	41
5.3.4.	Schubfluss	42
5.4.	Tabellarische Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse	43
5.5.	Nachweise	43
6.	Vergleich der ermittelten Schnittgrößen der verschiedenen Verfahren	44
7.	Fazit	46

Abbildungen

Abb. 1 Schnitt Holzbalkendecke.....	6
Abb. 2 Schnitt Holz-Beton-Verbunddecke.....	9
Abb. 4 Verbindungsmittelanordnung.....	11
Abb. 3 Würth ASSY VG plus Schraube	11
Abb. 5 Ersatzbiegesteifigkeit.....	23
Abb. 6 Stabwerksmodell des Stabwerks-Verfahrens	24
Abb. 7 Belastung des Stabwerksmodells des Stabwerks-Verfahrens.....	25
Abb. 8 Stabwerksmodell des Schubanalogie-Verfahrens.....	33
Abb. 9 Belastung des Stabwerksmodells des Schubanalogie-Verfahrens	36

Tabellen

Tab. 1 Schraubentypen	11
Tab. 2 Anfangsverschiebungsmodul	12
Tab. 3 Schubtragfähigkeit	21
Tab. 4 Tabellarische Zusammenfassung der Schnittgrößen 1	31
Tab. 5 Tabellarische Zusammenfassung der Nachweise 1	32
Tab. 6 Tabellarische Zusammenfassung der Schnittgrößen 2	43
Tab. 7 Tabellarische Zusammenfassung der Nachweise 2	43

Diagramme

Diagr. 1 Normalkräfte	44
Diagr. 2 Momente	44
Diagr. 3 Schubspannungen	45
Diagr. 4 Schubbeanspruchung	45

1. Holzbalkendecke

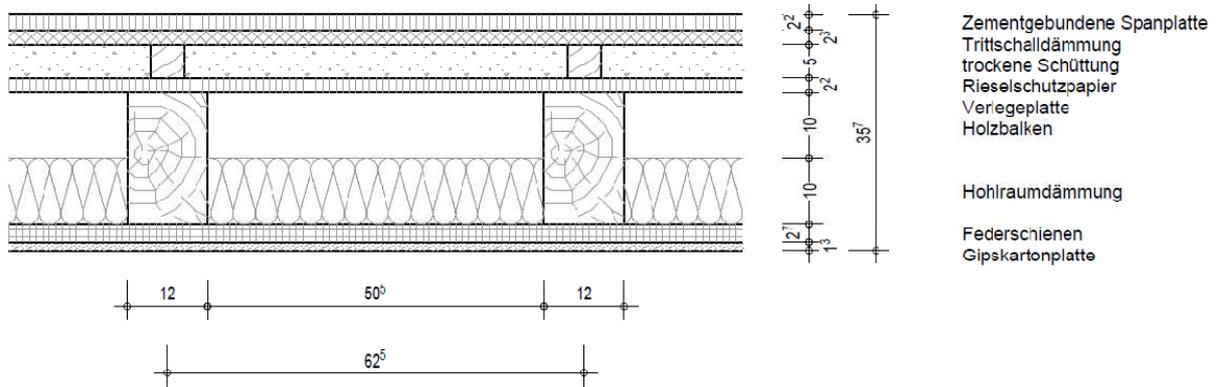


Abb. 1 Schnitt Holzbalkendecke

1.1. Lastannahmen:

ständige Einwirkungen:

- Zementgebundene Spanplatte	0,275 kN/m ²
- Trittschalldämmung	0,04 kN/m ²
- Trockenschüttung	0,75 kN/m ²
- Verlegespanplatte	0,132 kN/m ²
- Holzbalken	0,20 kN/m ²
- Hohlraumdämmung	0,10 kN/m ²
- Federschiene	vernachlässigt
- Gipskartonplatte	0,113 kN/m ²

Zwischensumme $g_k = \underline{1,61 \text{ kN/m}^2}$

veränderliche Einwirkungen:

- Zuschlag für leichte Trennwände	0,80 kN/m ²
- Nutzlast A3 (Wohn- und Aufenthaltsräume)	2,00 kN/m ²

Zwischensumme $q_k = \underline{2,80 \text{ kN/m}^2}$

Endsumme $\underline{4,41 \text{ kN/m}^2}$

1.2. Lastfallkombination:

$1,35 * \textit{ständige Einwirkungen} + 1,5 * \textit{veränderliche Einwirkungen} =$

$$1,35 * 1,61 + 1,5 * 2,8 = 6,37 \text{ kN/m}^2$$

Umgerechnet auf eine Feldbreite von 62,5 cm ergibt sich eine Bemessungslast von:

$$6,37 * 0,625 = 3,98 \text{ kN/m} = q_d$$

1.3. Ermittlung des Balkenquerschnittes

Zur Ermittlung des Balkenquerschnittes wird eine maximale Durchbiegung von 6mm vorausgesetzt. Die Spannweite der Decke beträgt $L=500$ cm.

gewählter Querschnitt: $b/h = 12/32$ cm C24

$$w_{g,fin,0} = \frac{5 * g_k * (1 + k_{def}) * L^4}{384 * E * I} = \frac{5 * 0,0101 * (1 + 0,6) * 500^4}{384 * 1100 * 32768} = 0,365 \text{ cm}$$

$$w_{q,fin,0} = \frac{5 * q_k * \varphi_2 * (1 + k_{def}) * L^4}{384 * (E * I)_{ef,0}} = \frac{5 * 0,0175 * 0,3 * (1 + 0,6) * 500^4}{384 * 1100 * 32768} = 0,189 \text{ cm}$$

$$w_{fin,0} = w_{g,fin,0} + w_{q,fin,0} = 0,365 + 0,189 = 0,554 \text{ cm} < 0,6 \text{ cm}$$

1.4. Schnittgrößen

$$M_d = \frac{q_d * L^2}{8} = \frac{3,98 * 5^2}{8} = 12,43 \text{ kNm} = 1243 \text{ kNcm}$$

$$Q_d = \frac{q_d * L}{2} = \frac{3,98 * 5}{2} = 9,95 \text{ kN}$$

1.5. Nachweise

1.5.1. Nachweise auf Biegung

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_m * f_{m,d}} = \frac{0,61}{1,48} = 0,41 < 1$$

$$k_m = 1$$

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_d}{W} = \frac{1243}{2048} = 0,61 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod} * f_{m,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 * 2,4}{1,3} = 1,48 \text{ kN/cm}^2$$

1.5.2. Nachweis auf Schub aus Querkraft

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,037}{0,12} = 0,31 < 1$$

$$\tau_d = 1,5 * \frac{Q_d}{A} = 1,5 * \frac{9,95}{384} = 0,037 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod} * f_{v,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 * 0,2}{1,3} = 0,12 \text{ kN/cm}^2$$

2. Holz-Beton-Verbund

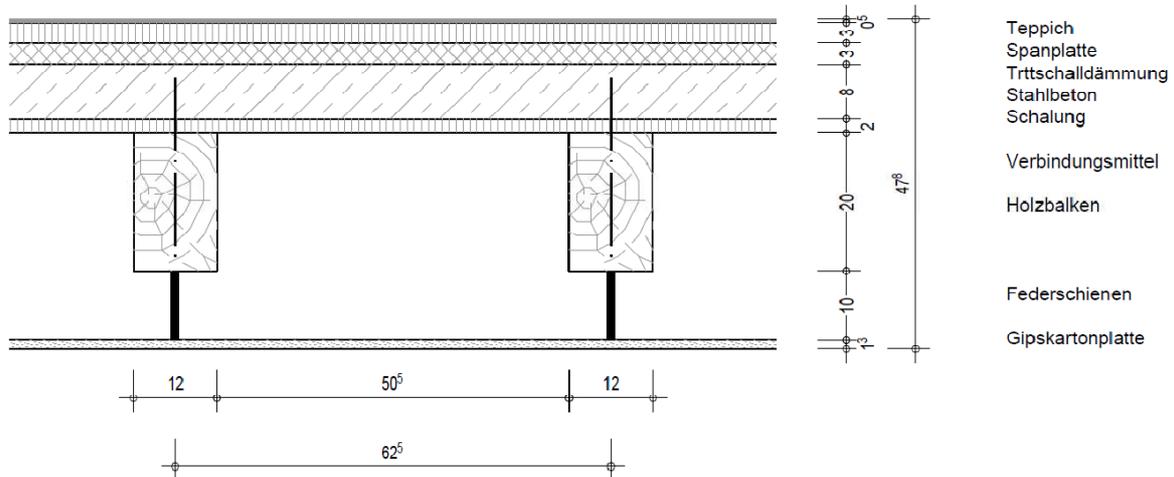


Abb. 2 Schnitt Holz-Beton-Verbunddecke

Die Spannweite der Decke beträgt $L = 500 \text{ cm}$

2.1. Lastannahmen:

ständige Einwirkungen:

- Teppich	0,03 kN/m^2
- Spannplatte	0,18 kN/m^2
- Trittschalldämmung	0,04 kN/m^2
- Stahlbetonplatte	1,92 kN/m^2
- Plastikfolie	vernachlässigt
- Schalung	0,10 kN/m^2
- Holzbalken	0,20 kN/m^2
- Federschiene	vernachlässigt

Zwischensumme $g_k = \underline{2,47 \text{ kN/m}^2}$

veränderliche Einwirkungen:

- Zuschlag für leichte Trennwände	0,80 kN/m^2
- Nutzlast A3 (Wohn- und Aufenthaltsräume)	2,00 kN/m^2

Zwischensumme $q_k = \underline{2,80 \text{ kN/m}^2}$

Endsumme $\underline{5,27 \text{ kN/m}^2}$

2.2. Lastfallkombination:

$1,35 * \textit{ständige Einwirkungen} + 1,5 * \textit{veränderliche Einwirkungen} =$

$$1,35 * 2,47 + 1,5 * 2,8 = 7,53 \text{ kN/m}^2$$

Umgerechnet auf eine Feldbreite von 62,5 cm ergibt sich eine Bemessungslast von:

$$7,53 * 0,625 = 4,71 \text{ kN/m}$$

2.3. Materialkennwerte:

2.3.1 Beton

Festigkeitsklasse C 20/25

Querschnitt	Breite / Höhe =		62,5 cm / 8 cm
E-Modul	zum Zeitpunkt t=0	$E_{c,0}$	= 3200 kN/cm ²
	Zum Zeitpunkt t=∞	$E_{c,\infty}$	= 900 kN/cm ²
Trägheitsmoment		I_c	= 2667 cm ⁴
Querschnittsfläche		A_c	= 500 cm ²
Bewehrung (Q 188A Bst 500 S)		$A_{s,tot,vorh}$	= 1,88 cm ² /m

2.3.2 Holz

Festigkeitsklasse C 24

Querschnitt	Breite / Höhe =		12 cm / 20 cm
E-Modul	zum Zeitpunkt t=0	$E_{h,0}$	= 1100 kN/cm ²
	Zum Zeitpunkt t=∞	$E_{h,\infty}$	= 733,3 kN/cm ²
Trägheitsmoment		I_h	= 8000 cm ⁴
Querschnittsfläche		A_h	= 240 cm ²

2.3.3 Verbindungsmittel

Würth ASSY VG plus Schrauben als Verbindungsmittel für Holz-Beton-Verbundkonstruktionen

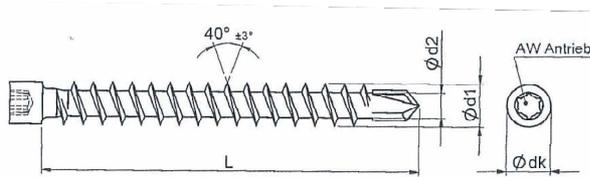


Abb. 3 Würth ASSY VG plus Schraube

Nennendurchmesser 8 mm

d1 + 0,2 - 0,4	d2 + 0,2 - 0,2	dk ±0,5	L	AW Antrieb
8	4,9	9,8	150	40
			160	
			170	
			180	
			200	
			220	
			240	
			260	
			280	
300				

Tab. 1 Schraubentypen

Durchmesser	d	= 8 mm
Einschraubwinkel	α	= 45°
Gesamtlänge	L	= 300 mm
Einschraublänge im Holz	l_{eff}	= 200 mm
Verbindungsmittelabstände	e	= 150 mm
da 2 Verbindungsmittel in einer Reihe	e_{ef}	= 75 mm

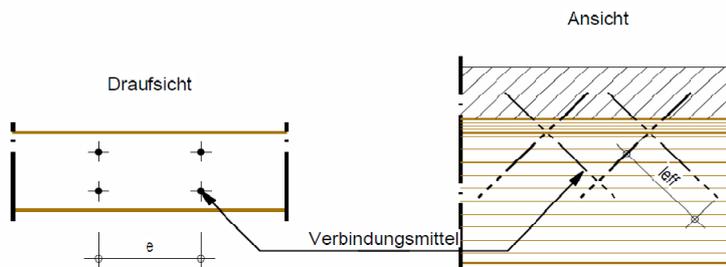


Abb. 4 Verbindungsmittelanordnung

2.3.4. Berechnung des Verschiebungsmoduls des Verbindungsmittels (nach Zulassung Z-9.1-648)

3.1.2 Tabelle 1

Schraubenanordnung Neigungswinkel (s. Anlage 2)	Anfangsverschiebungsmodul [N/mm]
90°	1500 für $t_s = 0$; 500 für $t_s > 0$
45°	100 l_{eff}

Tab. 2 Anfangsverschiebungsmodul

gewählte Neigung ist 45°

Für den Rechenwert des Verschiebungsmoduls einer Schraube für den Tragsicherheitsnachweis gilt der um 1/3 gemiderte Wert nach Tabelle 1.

$$k_{ser,k,0} = 100 * l_{eff} = 100 * 200 = 20000 \frac{N}{mm} = 200 \frac{kN}{cm}$$

$$k_{ser,d,0} = 200 * \frac{2}{3} = 133,33 \frac{kN}{cm}$$

Die Rechenwerte des verschiebungsmoduls zum Zeitpunkt $t=\infty$ dürfen zu 2/3 der Werte zum Zeitpunkt $t=0$ (Anfangsverschiebungsmodul) angenommen werden.

$$k_{ser,k,\infty} = k_{ser,k,0} * \frac{2}{3} = 200 * \frac{2}{3} = 133,33 \frac{kN}{cm}$$

$$k_{ser,d,\infty} = k_{ser,d,0} * \frac{2}{3} = 133,33 * \frac{2}{3} = 88,89 \frac{kN}{cm}$$

3. Ermittlung der Schnittgrößen mit dem Gamma-Verfahren

3.1. Gamma-Faktor

$$k_0 = \frac{\pi^2 * E_{c,0} * A_c * e_{ef}}{L^2 * k_{ser,d,0}} = \frac{\pi^2 * 3200 * 500 * 7,5}{500^2 * 133,33} = 3,55$$

$$k_\infty = \frac{\pi^2 * E_{c,\infty} * A_c * e_{ef}}{L^2 * k_{ser,d,\infty}} = \frac{\pi^2 * 900 * 500 * 7,5}{500^2 * 88,89} = 1,50$$

$$\gamma_{c,0} = \frac{1}{1 + k_0} = \frac{1}{1 + 3,55} = 0,22$$

$$\gamma_{c,\infty} = \frac{1}{1 + k_\infty} = \frac{1}{1 + 1,50} = 0,40$$

$$\gamma_{h,0} = \gamma_{h,\infty} = 1$$

3.2. Verbund-Trägheitsfaktor

$$I_{v,0} = n_{c,0} * I_c + n_{h,0} * I_h + n_{c,0} * \gamma_{c,0} * A_c * a_c^2 + n_{h,0} * \gamma_{h,0} * A_h * a_h^2$$

$$I_{v,0} = 2,92 * 2667 + 1 * 8000 + 2,92 * 0,22 * 500 * 6^2 + 1 * 1 * 240 * 8^2 \\ = 42710,84 \text{ cm}^4$$

mit

$$n_{c,0} = \frac{E_{c,0}}{E_{h,0}} = \frac{3200}{1100} = 2,91$$

$$n_{h,0} = \frac{E_{h,0}}{E_{h,0}} = 1$$

$$a_{h,0} = \frac{n_{c,0} * \gamma_{c,0} * A_c * (h_c + h_h)}{2 * (n_{c,0} * \gamma_{c,0} * A_c + A_h)} = \frac{2,91 * 0,22 * 500 * (8 + 20)}{2 * (2,91 * 0,22 * 500 + 240)} = 8,00 \text{ cm}$$

$$a_{c,0} = \frac{h_c + h_h}{2} - a_{h,0} = \frac{8 + 20}{2} - 8,00 = 6 \text{ cm}$$

$$I_{v,\infty} = n_{c,\infty} * I_c + n_{h,\infty} * I_h + n_{c,\infty} * \gamma_{c,\infty} * A_c * a_c^2 + n_{h,\infty} * \gamma_{h,\infty} * A_h * a_h^2$$

$$I_{v,\infty} = 1,23 * 2667 + 1 * 8000 + 1,23 * 0,40 * 500 * 6,91^2 + 1 * 1 * 240 * 7,09^2 \\ = 27890,79 \text{ cm}^4$$

mit

$$n_{c,\infty} = \frac{E_{c,\infty}}{E_{h,\infty}} = \frac{900}{733,33} = 1,23$$

$$n_{h,\infty} = \frac{E_{h,\infty}}{E_{h,\infty}} = 1$$

$$a_{h,\infty} = \frac{n_{c,\infty} * \gamma_{c,\infty} * A_c * (h_c + h_h)}{2 * (n_{c,\infty} * \gamma_{c,\infty} * A_c + A_h)} = \frac{1,23 * 0,40 * 500 * (8 + 20)}{2 * (1,23 * 0,40 * 500 + 240)} = 7,09 \text{ cm}$$

$$a_{c,\infty} = \frac{h_c + h_h}{2} - a_{h,\infty} = \frac{8 + 20}{2} - 7,09 = 6,91 \text{ cm}$$

3.3. Schnittgrößen

Spannweite

L = 500 cm

Last

q_d = 4,71 kN/m

$$M_0 = \frac{q_d * L^2}{8} = \frac{4,71 * 5^2}{8} = 14,72 \text{ kNm} = 1472 \text{ kNcm}$$

$$V_0 = \frac{q_d * L}{2} = \frac{4,71 * 5}{2} = 11,78 \text{ kN}$$

$$M_{h,0,d} = \frac{M_0 * E_{h,0} * I_h}{E_{h,0} * I_{v,0}} = \frac{1472 * 1100 * 8000}{1100 * 42710,84} = 275,71 \text{ kNcm}$$

$$M_{c,0,d} = \frac{M_0 * E_{c,0} * I_c}{E_{h,0} * I_{v,0}} = \frac{1472 * 3200 * 2667}{1100 * 42710,84} = 267,39 \text{ kNcm}$$

$$N_{h,0,d} = \frac{M_0 * \gamma_{h,0} * a_{h,0} * A_h * E_{h,0}}{E_{h,0} * I_{v,0}} = \frac{1472 * 1 * 8,00 * 240 * 1100}{1100 * 42710,84} = 66,17 \text{ kN}$$

$$N_{c,0,d} = \frac{M_0 * \gamma_{c,0} * a_{c,0} * A_c * E_{c,0}}{E_{h,0} * I_{v,0}} = \frac{1472 * 0,22 * 6,00 * 500 * 3200}{1100 * 42710,84} = -66,17 \text{ kN}$$

$$M_{h,\infty,d} = \frac{M_0 * E_{h,\infty} * I_h}{E_{h,\infty} * I_{v,\infty}} = \frac{1472 * 733,33 * 8000}{733,33 * 27890,89} = 422,22 \text{ kNcm}$$

$$M_{c,\infty,d} = \frac{M_0 * E_{c,\infty} * I_c}{E_{h,\infty} * I_{v,\infty}} = \frac{1472 * 900 * 2667}{733,33 * 27890,89} = 172,75 \text{ kNcm}$$

$$N_{h,\infty,d} = \frac{M_0 * \gamma_{h,\infty} * a_{h,\infty} * A_h * E_{h,\infty}}{E_{h,\infty} * I_{v,\infty}} = \frac{1472 * 1 * 7,09 * 240 * 733,33}{733,33 * 27890,79} = 89,81 \text{ kN}$$

$$N_{c,\infty,d} = \frac{M_0 * \gamma_{c,\infty} * a_{c,\infty} * A_c * E_{c,\infty}}{E_{h,\infty} * I_{v,\infty}} = \frac{1472 * 0,40 * 6,91 * 500 * 900}{733,33 * 27890,79} = -89,51 \text{ kN}$$

3.4. Schubspannungen nach DIN 1052:2008-12

$$\begin{aligned}
 (E * I)_{ef,0} &= \sum_{i=1}^3 (E_{c,0} * I_c + E_{h,0} * I_h + E_{c,0} * A_c * a_{c,0}^2 + E_{h,0} * A_h * a_{h,0}^2) \\
 &= 3200 * 2667 + 1100 * 8000 + 3200 * 500 * 6^2 + 1100 * 240 * 8^2 \\
 &= 91830400 \text{ kNcm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (E * I)_{ef,\infty} &= \sum_{i=1}^3 (E_{c,\infty} * I_c + E_{h,\infty} * I_h + E_{c,\infty} * A_c * a_{c,\infty}^2 + E_{h,\infty} * A_h * a_{h,\infty}^2) \\
 &= 900 * 2667 + 733,33 * 8000 + 900 * 500 * 6,91^2 + 733,33 * 240 * 7,09^2 \\
 &= 38600730,39 \text{ kNcm}^2
 \end{aligned}$$

3.4.1. Der Bemessungswert der Schubspannung in der neutralen Ebene des Holzquerschnittes

$$\begin{aligned}
 \tau_{h,max,0,d} &= \frac{V_0 * (\gamma_{c,0} * E_{c,0} * A_c * a_{c,0} + 0,5 * E_{h,0} * b_h * h^2)}{(E * I)_{ef,0} * b_h} \\
 &= \frac{11,78 * (0,22 * 3200 * 500 * 6 + 0,5 * 1100 * 12 * 14^2)}{91830400 * 12} = 0,036 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{h,max,\infty,d} &= \frac{V_0 * (\gamma_{c,\infty} * E_{c,\infty} * A_c * a_{c,\infty} + 0,5 * E_{h,\infty} * b_h * h^2)}{(E * I)_{ef,\infty} * b_h} \\
 &= \frac{11,78 * (0,40 * 900 * 500 * 6,91 + 0,5 * 733,33 * 12 * 14^2)}{38600730,39 * 12} = 0,054 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned}$$

3.4.2. Der Bemessungswert der Schubspannung in der neutralen Ebene des Betonquerschnittes

Die Ermittlung der Schubspannung wird hier nur überschlägig berechnet. Bei den Nachweisen ist zu erkennen das die Auslastungen des Betons bei der Schubspannung ehe sehr gering sind.

$$\begin{aligned}
 \tau_{c,max,0,d} &= \frac{V_0 * (\gamma_{h,0} * E_{h,0} * A_h * a_{h,0} + 0,5 * E_{c,0} * b_c * h^2)}{(E * I)_{ef,0} * b_c} \\
 &= \frac{11,78 * (1 * 1100 * 240 * 8 + 0,5 * 3200 * 8 * 14^2)}{91830400 * 8} = 0,074 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{c,max,\infty,d} &= \frac{V_0 * (\gamma_{h,\infty} * E_{h,\infty} * A_h * a_{h,\infty} + 0,5 * E_{c,\infty} * b_c * h^2)}{(E * I)_{ef,\infty} * b_c} \\
 &= \frac{11,78 * (1 * 733,33 * 240 * 7,09 + 0,5 * 900 * 8 * 14^2)}{38600730,39 * 8} = 0,074 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned}$$

3.5. Der Bemessungswert der in der Fuge auf ein Verbindungsmittel entfallenden Kraft

$$F_{0,d} = \frac{V_0 * \gamma_{c,0} * E_{c,0} * A_c * a_{c,0} * e_{ef}}{(E * I)_{ef,0}} = \frac{11,78 * 0,22 * 3200 * 500 * 6 * 7,5}{91830400} = 2,03 \text{ kN}$$

$$F_{\infty,d} = \frac{V_0 * \gamma_{c,\infty} * E_{c,\infty} * A_c * a_{c,\infty} * e_{ef}}{(E * I)_{ef,\infty}} = \frac{11,78 * 0,40 * 900 * 500 * 6,91 * 7,5}{38600730,39} = 2,85 \text{ kN}$$

3.6. Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit

3.6.2. Nachweis des Zuggurtes (Holzquerschnitt)

zum Zeitpunkt t=0

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_{h,0,d}}{A_h} = \frac{66,17}{240} = 0,28 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{t,0,d} = \frac{k_{mod} * f_{t,0,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 * 1,4}{1,3} = 0,86 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{m,0,d} = \frac{M_{h,0,d}}{W_h} = \frac{275,71}{800} = 0,34 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod} * f_{m,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 * 2,4}{1,3} = 1,48 \text{ kN/cm}^2$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + k_{red} * \frac{\sigma_{m,0,d}}{f_{m,d}} = \frac{0,28}{0,86} + 0,7 * \frac{0,34}{1,48} = 0,49 < 1$$

zum Zeitpunkt t=∞

$$\sigma_{t,\infty,d} = \frac{N_{h,\infty,d}}{A_h} = \frac{89,81}{240} = 0,37 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{t,0,d} = \frac{k_{mod} * f_{t,0,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 * 1,4}{1,3} = 0,86 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{m,\infty,d} = \frac{M_{h,\infty,d}}{W_h} = \frac{422,22}{800} = 0,53 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod} * f_{m,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 * 2,4}{1,3} = 1,48 \text{ kN/cm}^2$$

$$\frac{\sigma_{t,\infty,d}}{f_{t,0,d}} + k_{red} * \frac{\sigma_{m,\infty,d}}{f_{m,d}} = \frac{0,37}{0,86} + 0,7 * \frac{0,53}{1,48} = 0,68 < 1$$

3.7.2. Nachweis auf Schub aus Querkraft (Holzquerschnitt)

zum Zeitpunkt t=0

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod} * f_{v,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 * 0,2}{1,3} = 0,12 \text{ kN/cm}^2$$

$$\frac{\tau_{max,h,0,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,036}{0,12} = 0,30 < 1$$

zum Zeitpunkt t=∞

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod} * f_{v,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 * 0,2}{1,3} = 0,12 \text{ kN/cm}^2$$

$$\frac{\tau_{max,h,\infty,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,054}{0,12} = 0,45 < 1$$

3.7.3. Nachweis des Druckgurtes (Betonquerschnitt)

Drucknachweis des Betons

zum Zeitpunkt t=0

$$\sigma_{c,c,0,d} = \frac{N_{c,0,d}}{A_c} = \frac{66,17}{500} = 0,13 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{c,m,0,d} = \frac{M_{c,0,d} * h_c}{I_c * 2} = \frac{267,39 * 8}{2667 * 2} = 0,40 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{c,0,d} = \sigma_{c,c,0,d} + \sigma_{c,m,0,d} = 0,13 + 0,4 = 0,53 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{c,d} = \alpha * \frac{f_{c,k}}{\gamma_c} = 0,85 * \frac{2}{1,5} = 1,13 \text{ kN/cm}^2$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,d}} = \frac{0,53}{1,13} = 0,47 < 1$$

zum Zeitpunkt $t=\infty$

$$\sigma_{c,c,\infty,d} = \frac{N_{c,\infty,d}}{A_c} = \frac{89,51}{500} = 0,18 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{c,m,\infty,d} = \frac{M_{c,\infty,d} * h_c}{I_c * 2} = \frac{172,75 * 8}{2667 * 2} = 0,26 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{c,\infty,d} = \sigma_{c,c,\infty,d} + \sigma_{c,m,\infty,d} = 0,18 + 0,26 = 0,44 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{c,d} = \alpha * \frac{f_{c,k}}{\gamma_c} = 0,85 * \frac{2}{1,5} = 1,13 \text{ kN/cm}^2$$

$$\frac{\sigma_{c,\infty,d}}{f_{c,d}} = \frac{0,44}{1,13} = 0,39 < 1$$

Nachweis der Bewehrung (Zuganteil aus dem Moment)

zum Zeitpunkt $t=0$

$$f_{c,d} = \alpha * \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,85 * \frac{20000}{1,5} = 11330 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{y,d} = \frac{f_{y,k}}{\gamma_s} = \frac{500000}{1,15} = 434783 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{e_d}{h_c} = \frac{M_{c,0,d}}{N_{c,0,d} * h_c} = \frac{2,674}{66,74 * 0,08} = 0,5 < 3,5$$

→ Bemessung mit $\mu - \nu -$ Interaktionsdiagramm

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{c,0,d}}{b_c * h_c * f_{cd}} = \frac{2,674}{0,625 * 0,08^2 * 11330} = 0,06$$

$$\nu_{Ed} = \frac{N_{c,0,d}}{b * h * f_{cd}} = \frac{-66,17}{0,625 * 0,08 * 11330} = -0,12$$

$$\frac{d_1}{h_c} = \frac{1,6}{8} = 0,2$$

d_1 = Betondeckung

$$\rightarrow \omega_{tot} = 0,1 \quad A_{s,tot,erf} = \omega_{tot} * \frac{b * h}{f_{yd}/f_{cd}} = 0,1 * \frac{62,5 * 8}{38,4} = 1,3 \text{ cm}^2/m$$

$$\frac{A_{s,tot,erf}}{A_{s,tot,vorh}} = \frac{1,3}{1,88} = 0,69 < 1$$

zum Zeitpunkt $t=\infty$

$$f_{c,d} = \alpha * \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,85 * \frac{20000}{1,5} = 11330 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{y,d} = \frac{f_{y,k}}{\gamma_s} = \frac{500000}{1,15} = 434783 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{e_d}{h_c} = \frac{M_{c,0,d}}{N_{c,0,d} * h_c} = \frac{1,73}{89,51 * 0,08} = 0,24 < 3,5$$

→ Bemessung mit $\mu - \nu$ – Interaktionsdiagramm

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{c,0,d}}{b_c * h_c * f_{cd}} = \frac{1,73}{0,625 * 0,08^2 * 11330} = 0,04$$

$$\nu_{Ed} = \frac{N_{c,0,d}}{b * h * f_{cd}} = \frac{-89,51}{0,625 * 0,08 * 11330} = -0,16$$

$$\frac{d_1}{h_c} = \frac{1,6}{8} = 0,2$$

d_1 = Betondeckung

→ $\omega_{tot} = 0$ keine Bewehrung erforderlich!!

3.7.4. Nachweis aus Querkraft (Betonquerschnitt)

zum Zeitpunkt $t=0$

$$V_{Ed,0} = \frac{\tau_{max,c,0,d} * A_c}{1,5} = \frac{0,074 * 500}{1,5} = 24,67 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,ct,0} = [\eta_1 * 0,10 * \kappa * (100 * \rho_1 * f_{ck})^{1/3} - 0,12 * \sigma_{c,0,d}] * b_c * d$$

$$= [1 * 0,10 * 2 * (100 * 0,0041 * 2)^{1/3} - 0,12 * 0,53] * 62,5 * 7,4 = 57,16 \text{ kN}$$

mit

$$\eta_1 = 1$$

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{74}} = 2,64 > 2$$

$\sigma_{c,0,d} = 0,53 \text{ kN/cm}^2$ siehe Drucknachweis des Betons

$$f_{c,k} = 2,0 \text{ kN/cm}^2 \quad \text{C 20/25}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s,vorh}}{b_c * d} = \frac{1,88}{62,5 * 7,4} = 0,0041 < 0,02$$

$$\frac{V_{Ed,0}}{V_{Rd,ct,0}} = \frac{27}{57,16} = 0,47 < 1$$

zum Zeitpunkt t=0

$$V_{Ed,\infty} = \frac{\tau_{max,c,\infty,d} * A_c}{1,5} = \frac{0,074 * 500}{1,5} = 24,67 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} V_{Rd,ct,\infty} &= [\eta_1 * 0,10 * \kappa * (100 * \rho_1 * f_{ck})^{1/3} - 0,12 * \sigma_{c,0,d}] * b_c * d \\ &= [1 * 0,10 * 2 * (100 * 0,0041 * 2)^{1/3} - 0,12 * 0,44] * 62,5 * 7,4 = 62,16 \text{ kN} \end{aligned}$$

mit

$$\eta_1 = 1$$

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{74}} = 2,64 > 2$$

$$\sigma_{c,\infty,d} = 0,44 \text{ kN/cm}^2 \text{ siehe Drucknachweis des Betons}$$

$$f_{c,k} = 2,0 \text{ kN/cm}^2 \quad \text{C 20/25}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s,vorh}}{b_c * d} = \frac{1,88}{62,5 * 7,4} = 0,0041 < 0,02$$

$$\frac{V_{Ed,\infty}}{V_{Rd,ct,\infty}} = \frac{27}{62,16} = 0,43 < 1$$

3.7.5. Nachweis des Verbindungsmittels

Charakteristischer Wert T_k der Schubtragfähigkeit je Schraube (nach Zulassung Tabelle 3)

Schraubenanordnung Neigungswinkel (s. Anlage 2)	T_k [N]
90°	$1,25 \cdot f_{h,2,k} \cdot d_1 \left[\sqrt{t_s^2 + \frac{4 M_{y,k}}{f_{h,2,k} \cdot d_1} + \frac{t_s^2 f_{h,1,k}}{2 f_{h,2,k}}} - t_s \right]$
45°	$56 l_{ef}$

Tab. 3 Schubtragfähigkeit

$$T_k = 56 \cdot l_{ef} = 56 \cdot 200 = 11200 \text{ N} = 11,2 \text{ kN}$$

$$T_d = \frac{k_{mod} \cdot T_k}{\gamma_M} = \frac{0,8 \cdot 11,2}{1,3} = 6,89 \text{ kN}$$

zum Zeitpunkt $t=0$

$$\frac{F_{0,d}}{T_d} = \frac{2,03}{6,89} = 0,29 < 1$$

zum Zeitpunkt $t=\infty$

$$\frac{F_{\infty,d}}{T_d} = \frac{2,85}{6,89} = 0,41 < 1$$

3.8. Gebrauchstauglichkeitsnachweise (Durchbiegung)

3.8.3. elastische Anfangsdurchbiegung aus veränderlicher Einwirkung

zum Zeitpunkt $t=0$

$$q_k = 2,80 \cdot 0,625 = 1,75 \text{ kN/m}$$

$$w_{q,inst,0} = \frac{5 \cdot q_k \cdot L^4}{384 \cdot (E \cdot I)_{ef,0}} = \frac{5 \cdot 0,0175 \cdot 500^4}{384 \cdot 91830400} = 0,16 \text{ cm}$$

$$\frac{w_{q,inst,0}}{w_{q,inst,max}} = \frac{0,16}{500/300} = 0,096 < 1$$

zum Zeitpunkt $t=\infty$

$$w_{q,inst,\infty} = \frac{5 \cdot q_k \cdot L^4}{384 \cdot (E \cdot I)_{ef,\infty}} = \frac{5 \cdot 0,0175 \cdot 500^4}{384 \cdot 38600730} = 0,37 \text{ cm}$$

$$\frac{w_{q,inst,\infty}}{w_{q,inst,max}} = \frac{0,37}{500/300} = 0,22 < 1$$

3.8.4. elastische Enddurchbiegung aus veränderlicher Einwirkung

zum Zeitpunkt $t=0$

$$g_k = 2,47 * 0,625 = 1,54 \text{ kN/m}$$

$$w_{g,fin,0} = \frac{5 * g_k * (1 + k_{def}) * L^4}{384 * (E * I)_{ef,0}} = \frac{5 * 0,0154 * (1 + 0,6) * 500^4}{384 * 91830400} = 0,22 \text{ cm}$$

$$w_{q,fin,0} = \frac{5 * q_k * \varphi_2 * (1 + k_{def}) * L^4}{384 * (E * I)_{ef,0}} = \frac{5 * 0,0175 * 0,3 * (1 + 0,6) * 500^4}{384 * 91830400} = 0,074 \text{ cm}$$

$$w_{fin,0} = w_{g,fin,0} + w_{q,fin,0} = 0,22 + 0,074 = 0,294 \text{ cm}$$

$$\frac{w_{fin,0}}{w_{fin,max}} = \frac{0,294}{500/850} = 0,49 < 1$$

$$w_{g,inst,0} = \frac{5 * g_k * L^4}{384 * (E * I)_{ef,0}} = \frac{5 * 0,0154 * 500^4}{384 * 91830400} = 0,14 \text{ cm}$$

$$\frac{(w_{fin,0} - w_{g,inst,0})}{w_{q,fin,max}} = \frac{0,294 - 0,14}{1,67} = 0,09 < 1$$

zum Zeitpunkt $t=\infty$

$$w_{g,fin,\infty} = \frac{5 * g_k * (1 + k_{def}) * L^4}{384 * (E * I)_{ef,\infty}} = \frac{5 * 0,0154 * (1 + 0,6) * 500^4}{384 * 38600730} = 0,52 \text{ cm}$$

$$w_{q,fin,\infty} = \frac{5 * q_k * \varphi_2 * (1 + k_{def}) * L^4}{384 * (E * I)_{ef,\infty}} = \frac{5 * 0,0175 * 0,3 * (1 + 0,6) * 500^4}{384 * 38600730} = 0,18 \text{ cm}$$

$$w_{fin,\infty} = w_{g,fin,\infty} + w_{q,fin,\infty} = 0,52 + 0,18 = 0,70 \text{ cm}$$

$$\frac{w_{fin,\infty}}{w_{fin,max}} = \frac{0,7}{500/850} = 1,19 < 1$$

$$w_{g,inst,\infty} = \frac{5 * g_k * L^4}{384 * (E * I)_{ef,\infty}} = \frac{5 * 0,0154 * 500^4}{384 * 38600730} = 0,32 \text{ cm}$$

$$\frac{(w_{fin,\infty} - w_{g,inst,\infty})}{w_{q,fin,max}} = \frac{0,70 - 0,32}{1,67} = 0,23 < 1$$

4. Ermittlung der Schnittgrößen mit dem Stabwerksverfahren

4.7. Modellierung des Stabwerksmodells

Zur Ermittlung der Schnittgrößen mit dem Stabwerksverfahren wurden zwei verschiedene Modelle konstruiert. Eins für den Zeitpunkt $t=0$ und eins für den Zeitpunkt $t=\infty$ um die verschiedenen Materialeigenschaften zu den jeweiligen Zeitpunkten zu berücksichtigen.

4.1.2. Modellierung der Verbindungsmittel mit Angabe der Ersatzbiegesteifigkeit

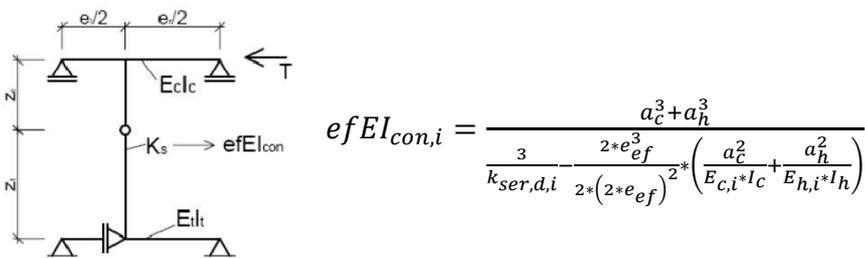


Abb. 5 Ersatzbiegesteifigkeit

Dadurch ergeben sich für die verschiedenen Zeitpunkte folgende Werte

zum Zeitpunkt $t=0$

$$efEI_{con,0} = \frac{a_c^3 + a_h^3}{\frac{3}{k_{ser,d,0}} - \frac{2 * e_{ef}^3}{2 * (2 * e_{ef})^2} * \left(\frac{a_c^2}{E_{c,0} * I_c} + \frac{a_h^2}{E_{h,0} * I_h} \right)}$$

$$efEI_{con,0} = \frac{4^3 + 10^3}{\frac{3}{133,33} - \frac{7,5^3}{(2 * 7,5)^2} * \left(\frac{4^2}{3200 * 2667} + \frac{10^2}{1100 * 8000} \right)}$$

$$= 47339,93 \text{ kNcm}^2$$

Zum Zeitpunkt $t=\infty$

$$efEI_{con,\infty} = \frac{a_c^3 + a_h^3}{\frac{3}{k_{ser,d,\infty}} - \frac{2 * e_{ef}^3}{2 * (2 * e_{ef})^2} * \left(\frac{a_c^2}{E_{c,\infty} * I_c} + \frac{a_h^2}{E_{h,\infty} * I_h} \right)}$$

$$efEI_{con,0} = \frac{4^3 + 10^3}{\frac{3}{88,89} - \frac{7,5^3}{(2 * 7,5)^2} * \left(\frac{4^2}{900 * 2667} + \frac{10^2}{733,33 * 8000} \right)}$$

$$= 31567,90 \text{ kNcm}^2$$

Das Stabwerk gestaltet sich nach folgender Zeichnung

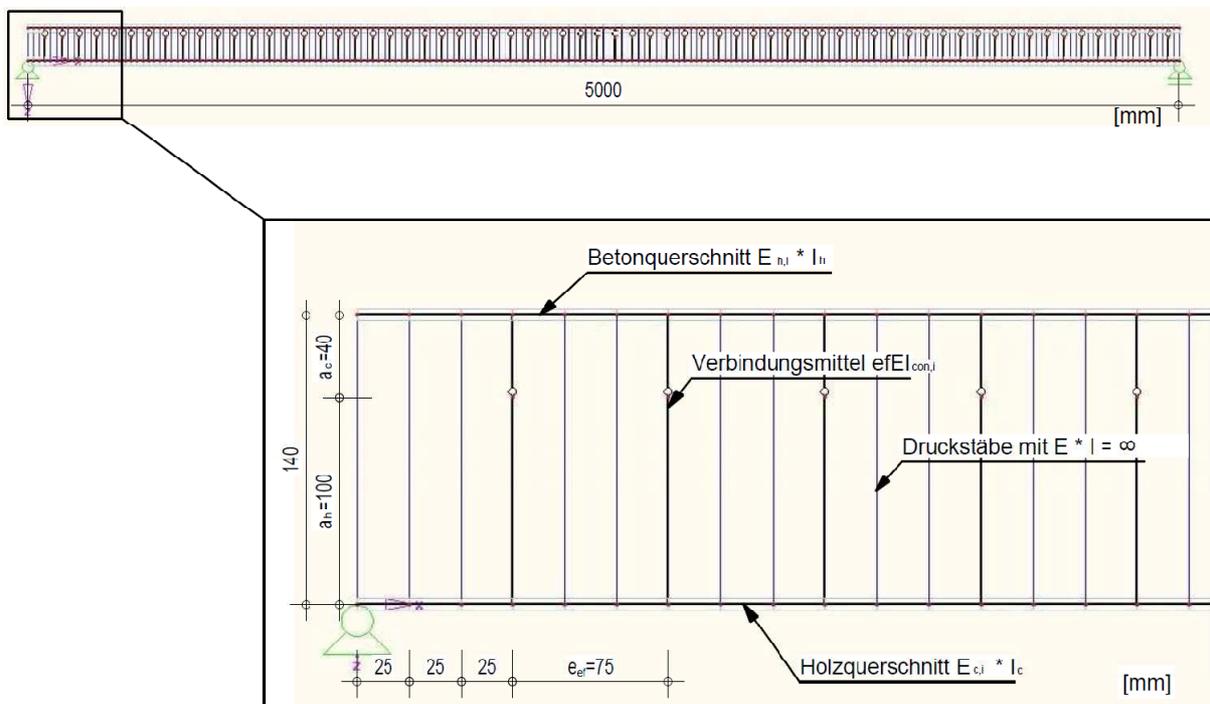


Abb. 6 Stabwerksmodell des Stabwerks-Verfahrens

Der obere Stabzug (Betonquerschnitt) wird mit den reellen Maßen $b/h = 62,5 / 8$ [cm] und dem, zu dem berechnendem Zeitpunkt passendem, E-Modul simuliert. In der gleichen Art und Weise wird auch der untere Stabzug (Holzquerschnitt) simuliert. Bei den Verbindungsmitteln gestaltet sich die Simulation etwas aufwendiger. Es ist leider nicht möglich bei dem von mir verwendeten Stabwerksprogramm (RStab) das effektive $E \cdot I$ einzugeben. Deshalb wurde das $efEI_{con,i}$ wie folgt aufgeteilt.

Als E-Modul wurde eine Größe von 21000 kN/cm^2 gewählt.

Der zu simulierende Querschnitt soll quadratisch sein, also ergibt sich für ihn eine Seitenlänge von

$$a_{con,i} = \sqrt[4]{\frac{efEI_{con,i} \cdot 12}{21000}}$$

Daraus ergibt sich zum Zeitpunkt $t=0$ ein $a_{con,0}$ von

$$a_{con,0} = \sqrt[4]{\frac{efEI_{con,0} \cdot 12}{21000}} = \sqrt[4]{\frac{47339,93 \cdot 12}{21000}} = 2,28 \text{ cm}$$

Daraus ergibt sich zum Zeitpunkt $t=\infty$ ein $a_{con,\infty}$ von

$$a_{con,\infty} = \sqrt[4]{\frac{efEI_{con,\infty} \cdot 12}{21000}} = \sqrt[4]{\frac{31567,90 \cdot 12}{21000}} = 2,06 \text{ cm}$$

4.1.4. Belastung des Stabwerkmodelles

Bei der Belastung werden die Einwirkungen aufgeteilt. Der Betonquerschnitt wird mit seinem Eigengewicht, der Ausbaulast und den Nutzlasten belastet. Der Holzquerschnitt wird nur mit seinem Eigengewicht direkt belastet.

Der Übersichtlichkeit halber wurden bei der Folgenden Zeichnung die Verbindungsmittel und Druckstäbe ausgeblendet.

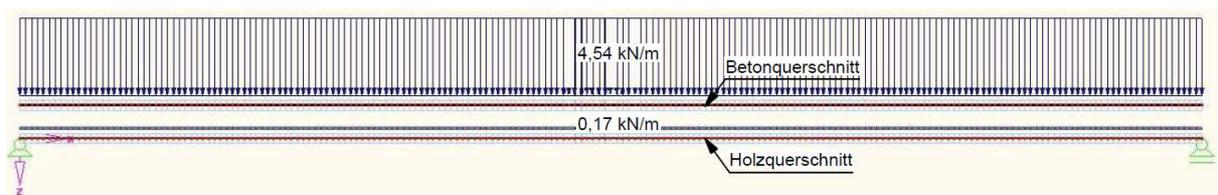


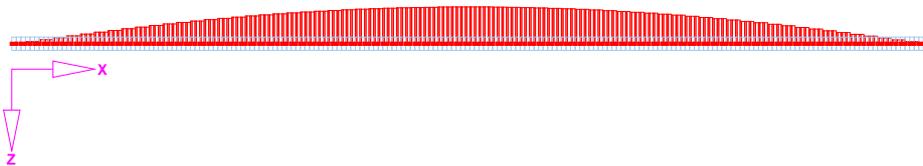
Abb. 7 Belastung des Stabwerkmodells des Stabwerks-Verfahrens

4.8. Ergebnisse des Stabwerkmodells

Bei der Berechnung der Stabwerkmodelle resultierten folgende Ergebnisse zum Zeitpunkt $t=0$

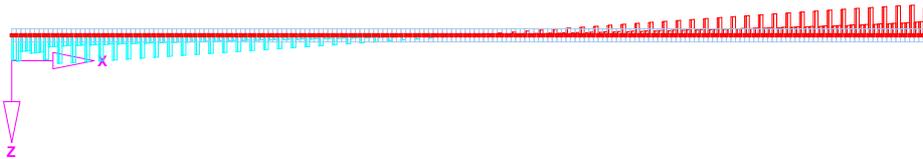
Momenten-, Querkraft- und Normalkraftverlauf im Betonquerschnitt mit Maximalwerten:

Normalkraftverlauf



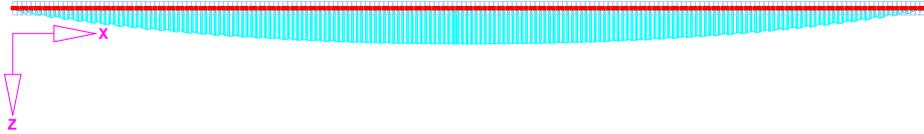
Mn N: -67.18 kN

Querkraftverlauf



Max Q-3: 6.52, Min Q-3: -6.95 kN

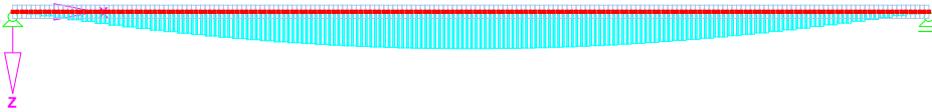
Momentenverlauf



Max M-2: 261.78 kNm

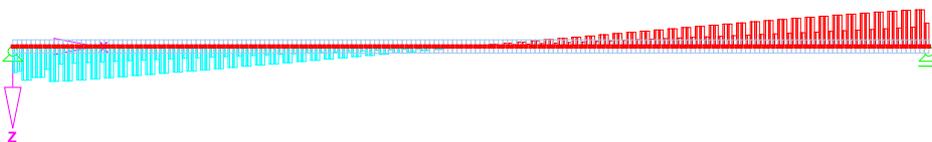
Momenten-, Querkraft- und Normalkraftverlauf im Holzquerschnitt mit Maximalwerten:

Normalkraftverlauf



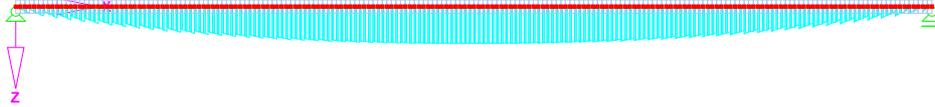
Max N 67.18 kN

Querkraftverlauf



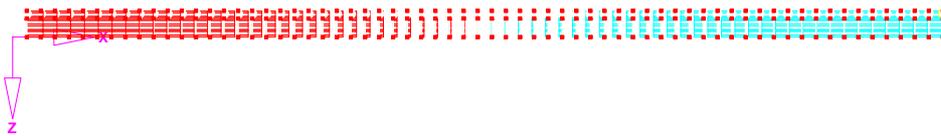
Max Q-3: 8.06, Mn Q-3: -8.48 kN

Momentenverlauf



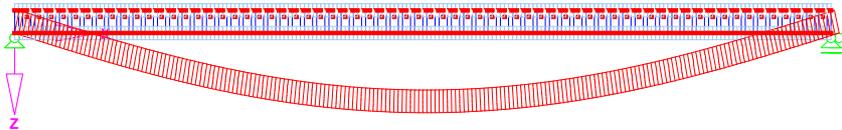
Max M-2: 270.36, Mn M-2: -0.41 kNcm

Der Bemessungswert der in der Fuge auf ein Verbindungsmittel einfallenden Kraft



Max Q-3: 3.52, Mn Q-3: -3.65 kN

Durchbiegung des Gesamtstabwerks

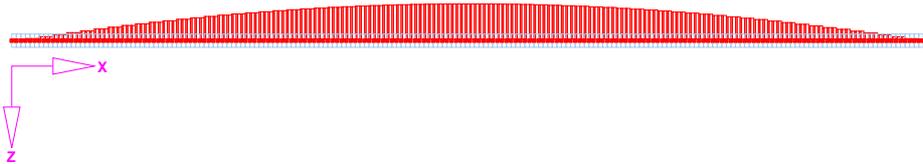


Max u: 0.82 cm
 Faktor für Verschiebungen: 2.0205E-36

zum Zeitpunkt $t=\infty$

Momenten-, Querkraft- und Normalkraftverlauf im Betonquerschnitt mit Maximalwerten:

Normalkraftverlauf



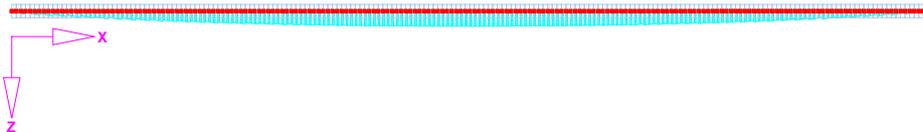
$M_n N: -72.19 \text{ kN}$

Querkraftverlauf



$M_{\max} Q-3: 3.45, M_n Q-3: -3.45 \text{ kN}$

Momentenverlauf

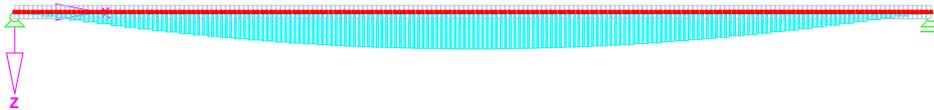


$M_{\max} M-2: 134.22 \text{ kNcm}$

zum Zeitpunkt $t=\infty$

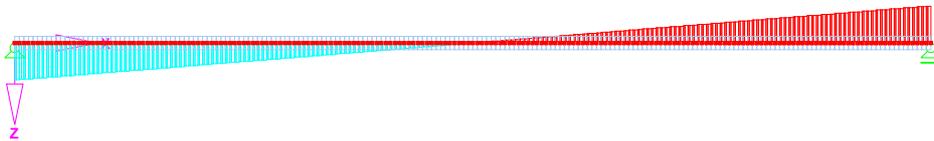
Momenten-, Querkraft- und Normalkraftverlauf im Holzquerschnitt mit Maximalwerten:

Normalkraftverlauf



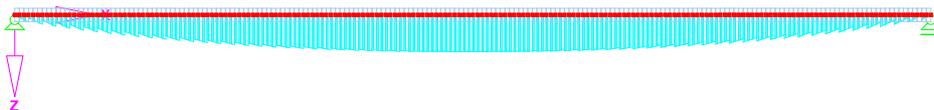
Max N: 72.19 kN

Querkraftverlauf



Max Q-3: 8.32, Min Q-3: -8.33 kN

Momentenverlauf



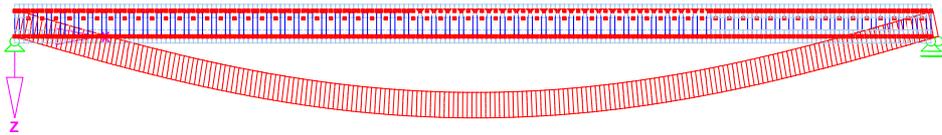
Max M-2: 327.94 kNcm

Der Bemessungswert der in der Fuge auf ein Verbindungsmittel einfallenden Kraft



Max Q-3: 3.83, Mn Q-3: -4.00 kN

Durchbiegung des Gesamtstabwerks



Max u: 1.49 cm

Faktor für Verschiebungen: 1.75599E-35

4.9. Tabellarische Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse

	Gamma-Verfahren		Stabwerks-Verfahren		Einheit
	t=0	t=∞	t=0	t=∞	
$N_{c,i,d}$	-66,17	-89,51	-67,18	-72,19	kN
$M_{c,i,d}$	267,39	172,75	261,78	134,22	kNcm
$\tau_{max,c,i,d}$	0,074	0,074	0,011	0,021	kN/cm ²
$N_{h,i,d}$	66,17	89,81	67,18	72,19	kN
$M_{h,i,d}$	275,71	422,22	270,36	327,94	kNcm
$\tau_{max,h,i,d}$	0,036	0,054	0,053	0,052	kN/cm ²
$F_{i,d}$	2,03	2,85	3,56	4,00	kN

Tab. 4 Tabellarische Zusammenfassung der Schnittgrößen 1

4.10. Nachweise

Hier werden die Auslastungen der einzelnen Bauteile nur noch tabellarisch dargestellt. Auf die ausführliche Berechnung wird verzichtet da die Nachweise beim Gamma-Verfahren alle ausführlich dargestellt wurden. Zum Vergleich werden auch hier die Ergebnisse des Gamma-Verfahrens dargestellt.

	Gamma-Verfahren		Stabwerks-Verfahren		Einheit
	t=0	t=∞	t=0	t=∞	
Holzquerschnitt					
Zug und Biegung	49	68	49	54	%
Schub aus Querkraft	30	45	44	43	%
Betonquerschnitt					
Drucknachweis	47	39	48	30	%
Bewehrung	69	Keine erf.	69	Keine erf.	%
Querkraft	47	43	6	11	%
Verbindungsmittel					
Schubtragfähigkeit	29	41	58	53	%
Gebrauchstauglichkeit					
Durchbiegung	49*	119*	137*#	248*#	%

Tab. 5 Tabellarische Zusammenfassung der Nachweise 1

* zum besseren Vergleich mit der Holzbalkendecke max. Durchbiegung $L/850 \leq 6$ mm

die Maße der Durchbiegungen sind aus den RStab-Modellen entnommen

5. Ermittlung der Schnittgrößen mit dem Schubanalogieverfahren

5.7. Modellierung des Modells

Zur Ermittlung der Schnittgrößen mit dem Schubanalogieverfahren müssen zuerst die Biegesteifigkeiten der Einzelquerschnitte, Holzquerschnitt und Betonquerschnitt, zusammengefasst werden um sie mit dem Träger A simulieren zu können. Die Biegesteifigkeit und die Schubsteifigkeit des Trägers B werden mit der Verbundtragfähigkeit simuliert. Dies wird wiederum für den Zeitpunkt $t=0$ und $t=\infty$ errechnet und auf zwei Modelle übertragen.

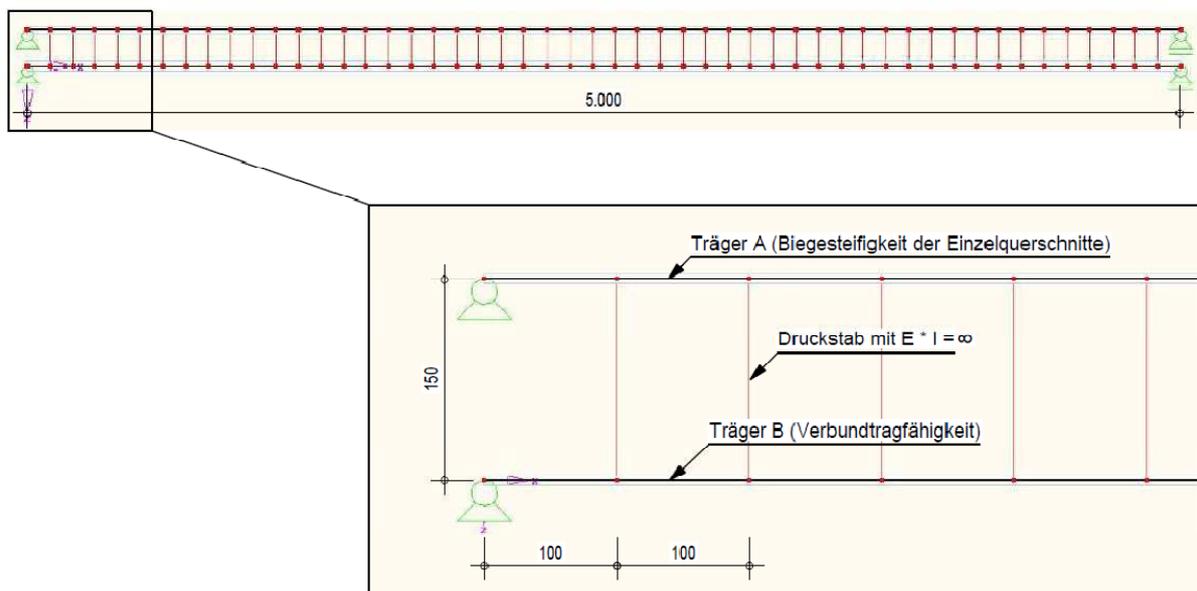


Abb. 8 Stabwerksmodell des Schubanalogie-Verfahrens

5.1.2. Ermittlung der Biegesteifigkeit des Trägers A

zum Zeitpunkt $t=0$

$$\sum (E * I)_0^A = E_{h,0} * I_h + E_{c,0} * I_c = 1100 * 8000 + 3200 * 2667 = 17334400 \text{ kNcm}^2$$

zum Zeitpunkt $t=\infty$

$$\sum (E * I)_\infty^A = E_{h,\infty} * I_h + E_{c,\infty} * I_c = 733,33 * 8000 + 900 * 2667 = 8266940 \text{ kNcm}^2$$

Um den Träger A in RStab simulieren zu können muss das E-Modul und das Trägheitsmoment wieder getrennt werden.

5.1.3. Werte für das RStab-modell

Als virtuelles E-Modul wurde eine Größe von 2150 kN/cm² gewählt.

Der zu simulierende Querschnitt soll quadratisch sein, also ergibt sich für ihn eine Seitenlänge von

zum Zeitpunkt t=0

$$a_0^A = \sqrt[4]{\frac{(E * I)_0^A * 12}{E_v}} = \sqrt[4]{\frac{17334400 * 12}{2150}} = 17,64 \text{ cm}$$

zum Zeitpunkt t=∞

$$a_\infty^A = \sqrt[4]{\frac{(E * I)_\infty^A * 12}{E_v}} = \sqrt[4]{\frac{8266940 * 12}{2150}} = 14,66 \text{ cm}$$

5.2. Ermittlung der Biege- und Schubsteifigkeit des Trägers B

zum Zeitpunkt t=0

$$\begin{aligned} \sum (E * I)_0^B &= a^2 * \frac{E_{h,0} * A_h * E_{c,0} * A_c}{E_{h,0} * A_h + E_{c,0} * A_c} = 14^2 * \frac{1100 * 240 * 3200 * 500}{1100 * 240 + 3200 * 500} \\ &= 44415450 \text{ kNcm}^2 \end{aligned}$$

zum Zeitpunkt t=∞

$$\begin{aligned} \sum (E * I)_\infty^B &= a^2 * \frac{E_{h,\infty} * A_h * E_{c,\infty} * A_c}{E_{h,\infty} * A_h + E_{c,\infty} * A_c} = 14^2 * \frac{733,33 * 240 * 900 * 500}{733,33 * 240 + 900 * 500} \\ &= 24797363 \text{ kNcm}^2 \end{aligned}$$

Um den Träger B in RStab simulieren zu können muss das E-Modul und das Trägheitsmoment wieder getrennt werden.

5.2.1. Werte für das RStab-modell

Als virtuelles E-Modul wurde eine Größe von 4440 kN/cm² gewählt.

Der zu simulierende Querschnitt soll quadratisch sein, also ergibt sich für ihn eine Seitenlänge von

zum Zeitpunkt t=0

$$a_0^B = \sqrt[4]{\frac{(E * I)_0^B * 12}{E_v}} = \sqrt[4]{\frac{44415450 * 12}{4440}} = 18,61 \text{ cm}$$

zum Zeitpunkt t=∞

$$a_\infty^B = \sqrt[4]{\frac{(E * I)_\infty^B * 12}{E_v}} = \sqrt[4]{\frac{24797363 * 12}{4440}} = 16,09 \text{ cm}$$

Die Schubsteifigkeit des Trägers B wird nun mit Hilfe der ermittelten virtuellen Querschnittsgrößen errechnet

zum Zeitpunkt t=0

$$c_0 = \frac{k_{ser,0}}{e'} = \frac{133,33}{7,5} = 17,78 \text{ kN}$$

$$G_0 = \frac{c_0 * a^2}{(a_0^B)^2} = \frac{17,78 * 14^2}{18,61^2} = 10,06 \text{ kN/cm}^2$$

zum Zeitpunkt t=∞

$$c_\infty = \frac{k_{ser,\infty}}{e'} = \frac{88,89}{7,5} = 11,85 \text{ kN}$$

$$G_\infty = \frac{c_\infty * a^2}{(a_\infty^B)^2} = \frac{11,85 * 14^2}{16,09^2} = 8,97 \text{ kN/cm}^2$$

5.2.2. Belastung des Schubanalogiemodells in RStab

Die gesamte Last, Eigengewicht, Ausbaulast und Nutzlast, wird auf den Träger A aufgetragen.

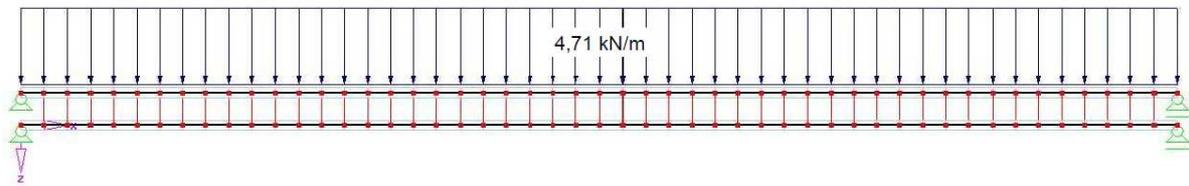
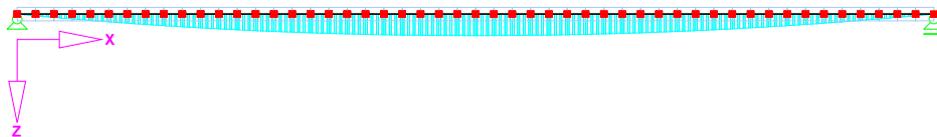


Abb. 9 Belastung des Stabwerksmodells des Schubanalogie-Verfahrens

5.2.3. Ergebnisse der Schubanalogiemodells in RStab

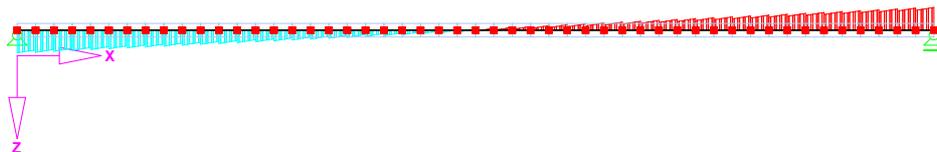
Momente und Querkräfte der Träger A und B zum Zeitpunkt $t=0$

Momente des Trägers A



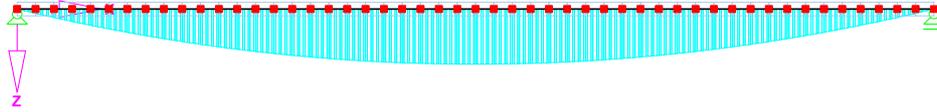
Max M:2: 4.14 kNm

Querkräfte des Trägers A



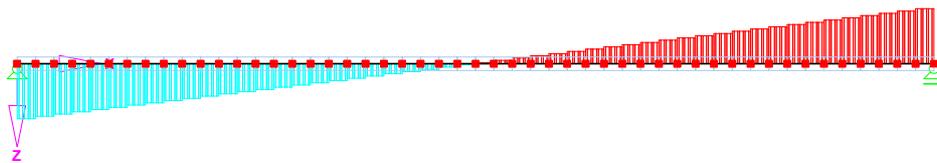
Max Q:3: 3.44, Mn Q:3: -3.44 kN

Momente des Trägers B



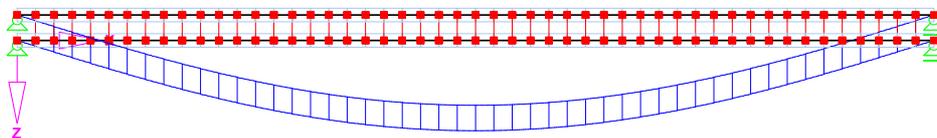
Max M-2: 10.58 kNm

Querkräfte des Trägers B



Max Q-3: 8.33, Mn Q-3: -8.33 kN

Durchbiegung des Gesamtsystems zum Zeitpunkt $t=0$

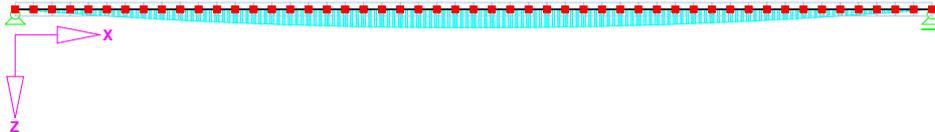


Max u : 6.21 mm

Faktor für Verschiebungen: 80

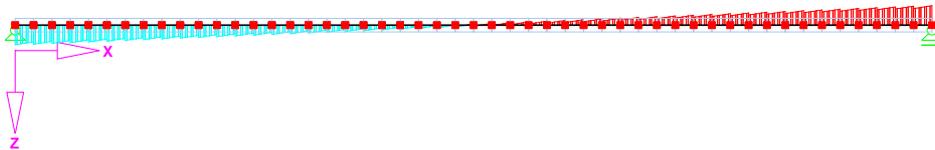
Momente und Querkräfte der Träger A und B zum Zeitpunkt $t=\infty$

Momente des Trägers A



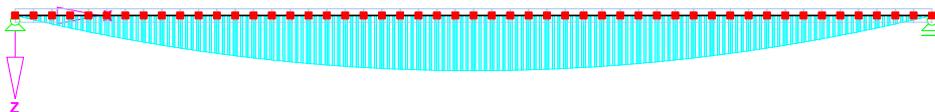
Max M-2: 3.68 kNm

Querkräfte des Trägers A



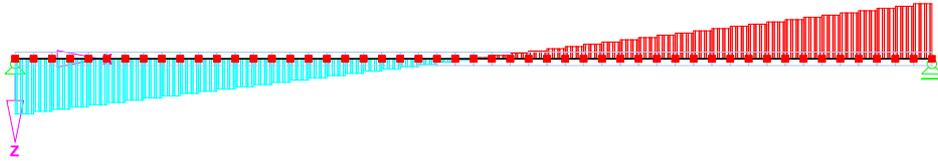
Max Q-3: 3.09, Mn Q-3: -3.09 kN

Momente des Trägers B



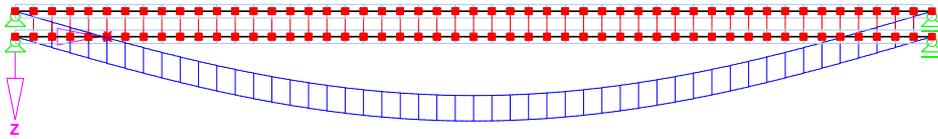
Max M-2: 11.04 kNm

Querkräfte des Trägers B



Max Q-3: 8.69, Mn Q-3: -8.69 kN

Durchbiegung des Gesamtsystems zum Zeitpunkt $t=\infty$



Max u: 11.59 mm
Faktor für Verschiebungen: 40

5.3. Umrechnung der Ergebnisse aus dem RStab-modell

5.4.1. Biegemomente

zum Zeitpunkt $t=0$

$$M_{c,0,d} = M_0^A * \frac{E_{c,0} * I_c}{E_{h,0} * I_h + E_{c,0} * I_c} = 414 * \frac{3200 * 2667}{1100 * 8000 + 3200 * 2667} = 203,82 \text{ kNcm}$$

$$M_{h,0,d} = M_0^A * \frac{E_{h,0} * I_h}{E_{h,0} * I_h + E_{c,0} * I_c} = 414 * \frac{1100 * 8000}{1100 * 8000 + 3200 * 2667} = 210,17 \text{ kNcm}$$

zum Zeitpunkt $t=\infty$

$$M_{c,\infty,d} = M_\infty^A * \frac{E_{c,\infty} * I_c}{E_{h,\infty} * I_h + E_{c,\infty} * I_c} = 368 * \frac{900 * 2667}{733,33 * 8000 + 900 * 2667} = 106,85 \text{ kNcm}$$

$$M_{h,\infty,d} = M_\infty^A * \frac{E_{h,\infty} * I_h}{E_{h,\infty} * I_h + E_{c,\infty} * I_c} = 368 * \frac{733,33 * 8000}{733,33 * 8000 + 900 * 2667} = 261,15 \text{ kNcm}$$

5.3.2. Normalkräfte

Zum Zeitpunkt $t=0$

$$N_{c,0,d} = \frac{-M_0^B}{a} = \frac{1058}{14} = -75,57 \text{ kN}$$

$$N_{h,0,d} = \frac{M_0^B}{a} = \frac{1058}{14} = 75,57 \text{ kN}$$

Zum Zeitpunkt $t=\infty$

$$N_{c,\infty,d} = \frac{-M_\infty^B}{a} = \frac{1104}{14} = -78,85 \text{ kN}$$

$$N_{h,\infty,d} = \frac{M_\infty^B}{a} = \frac{1104}{14} = 78,85 \text{ kN}$$

5.3.3. Querkräfte

zum Zeitpunkt $t=0$

$$\begin{aligned} Q_{c,0,d} &= Q_0^A * \frac{E_{c,0} * I_c}{E_{c,0} * I_c + E_{h,0} * I_h} + Q_0^B * \frac{a_c}{a} \\ &= 3,44 * \frac{3200 * 2667}{3200 * 2667 + 1100 * 8000} + 8,33 * \frac{4}{14} = 4,07 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{h,0,d} &= Q_0^A * \frac{E_{h,0} * I_h}{E_{c,0} * I_c + E_{h,0} * I_h} + Q_0^B * \frac{a_h}{a} \\ &= 3,44 * \frac{1100 * 8000}{3200 * 2667 + 1100 * 8000} + 8,33 * \frac{10}{14} = 7,70 \text{ kN} \end{aligned}$$

zum Zeitpunkt $t=\infty$

$$\begin{aligned} Q_{c,\infty,d} &= Q_\infty^A * \frac{E_{c,\infty} * I_c}{E_{c,\infty} * I_c + E_{h,\infty} * I_h} + Q_\infty^B * \frac{a_c}{a} \\ &= 3,09 * \frac{900 * 2667}{900 * 2667 + 733,33 * 8000} + 8,69 * \frac{4}{14} = 3,40 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$Q_{h,\infty,d} = Q_{\infty}^A * \frac{E_{h,\infty} * I_h}{E_{c,\infty} * I_c + E_{h,\infty} * I_h} + Q_{\infty}^B * \frac{a_h}{a}$$

$$= 3,09 * \frac{733,33 * 8000}{900 * 2667 + 733,33 * 8000} + 8,69 * \frac{10}{14} = 8,40 \text{ kN}$$

5.3.4. Schubfluss

zum Zeitpunkt $t=0$

$$t_{0,0,d} = \frac{Q_0^B}{a} = \frac{8,33}{14} = 0,595 \text{ kN/cm}$$

zum Zeitpunkt $t=\infty$

$$t_{0,\infty,d} = \frac{Q_{\infty}^B}{a} = \frac{8,69}{14} = 0,621 \text{ kN/cm}$$

5.4. Tabellarische Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse

	Gamma-Verfahren		Stabwerks-Verfahren		Schubanalogie-Verfahren		Einheit
	t=0	t=∞	t=0	t=∞	t=0	t=∞	
$N_{c,i,d}$	-66,17	-89,51	-67,18	-72,19	-75,57	-78,85	kN
$M_{c,i,d}$	267,39	172,75	261,78	134,22	203,82	106,85	kNcm
$\tau_{max,c,i,d}$	0,074	0,074	0,011	0,021	0,012	0,009	kN/cm ²
$N_{h,i,d}$	66,17	89,81	67,18	72,19	75,57	78,85	KN
$M_{h,i,d}$	275,71	422,22	270,36	327,94	210,17	261,15	kNcm
$\tau_{max,h,i,d}$	0,036	0,054	0,053	0,052	0,048	0,053	kN/cm ²
$F_{i,d}$	2,03	2,85	3,56	4,00	4,46	4,66	kN

Tab. 6 Tabellarische Zusammenfassung der Schnittgrößen 2

5.5. Nachweise

Hier werden die Auslastungen der einzelnen Bauteile nur noch tabellarisch dargestellt.

Auf die ausführliche Berechnung wird verzichtet da die Nachweise beim Gamma-Verfahren alle ausführlich dargestellt wurden. Zum Vergleich werden auch hier die Ergebnisse des Gamma-Verfahrens und des Stabwerks-Verfahrens dargestellt.

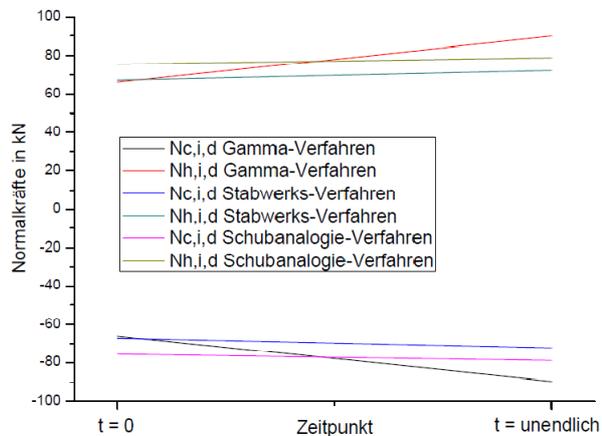
	Gamma-Verfahren		Stabwerks-Verfahren		Schubanalogie-Verfahren		Einheit
	t=0	t=∞	t=0	t=∞	t=0	t=∞	
Holzquerschnitt							
Zug und Biegung	49	68	49	54	48	53	%
Schub aus Querkraft	30	45	44	43	40	44	%
Betonquerschnitt							
Drucknachweis	47	39	48	30	41	22	%
Bewehrung	69	Keine erf.	69	Keine erf.	Keine erf.	Keine erf.	%
Querkraft	47	43	6	11	7	5	%
Verbindungsmittel							
Schubtragfähigkeit	29	41	58	53	65	68	%
Gebrauchstauglichkeit							
Durchbiegung	50*	116*	137*#	248*#	106*#	197*#	%

Tab. 7 Tabellarische Zusammenfassung der Nachweise 2

* zum besseren Vergleich mit der Holzbalkendecke max. Durchbiegung $L/850 \leq 6$ mm

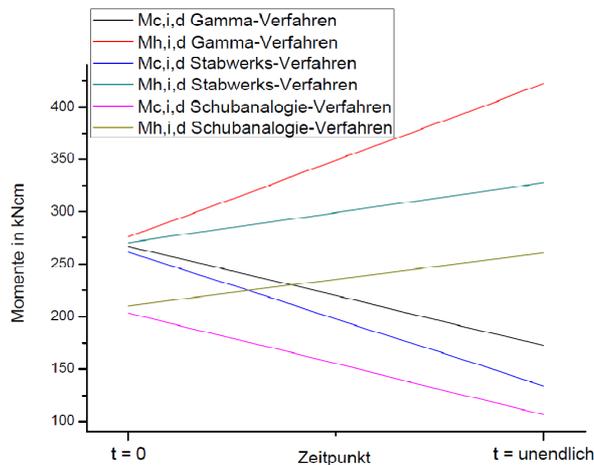
die Maße der Durchbiegungen sind aus den RStab-modellen entnommen

6. Vergleich der ermittelten Schnittgrößen der verschiedenen Verfahren



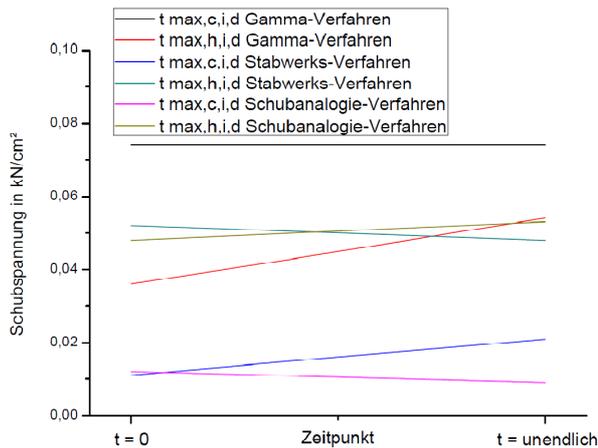
Diagr. 1 Normalkräfte

Wie auf dem Diagramm zu erkennen ist, liegen die ermittelten Normalkräfte der drei verschiedenen Verfahren relativ nahe zusammen. Der maximale Unterschied der Normalkraft, beim gleichen Zeitpunkt, liegt zwischen dem Stabwerksverfahren und dem Gamma-Verfahren zum Zeitpunkt $t = \infty$ und beträgt ca. 24%.



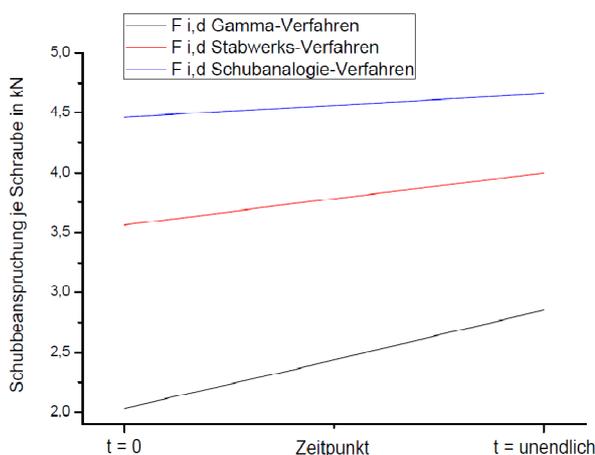
Diagr. 2 Momente

Bei den ermittelten Momenten ist eine stärkere Streuung der Ergebnisse zu erkennen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ liegen die Ergebnisse des Stabwerks- und des Gamma-Verfahrens wieder nah zusammen. Jedoch liegen die Werte die mit dem Schubanalogie-Verfahren ermittelt wurden unterhalb der anderen Werte. Zum Zeitpunkt $t = \infty$ ist der maximale Unterschied der Momente bei dem Gamma-Verfahren und dem Schubanalogie-Verfahren mit ca. 62% zu erkennen.



Diagr. 3 Schubspannungen

Die ermittelten Schubspannungen im Holzquerschnitt liegen relativ nah zusammen, bei dem Betonquerschnitt, bei dem die Werte nur überschlägig berechne worden sind, streuen die Werte relativ stark zwischen dem Gamma-verfahren und den beiden anderen Verfahren. Die ermittelte Schubspannung mit dem Gamma-Verfahren ist fast 8-mal so hoch wie die beim Schubanalogie-verfahren ermittelte Schubspannung. Dies ist höchst wahrscheinlich auf die überschlägige Ermittlung der Spannungen zurückzuführen.



Diagr. 4 Schubbeanspruchung

Bei der Schubbeanspruchung der Schrauben ist wiederum eine relativ starke Streuung zu erkennen. Beim Gamma-Verfahren wurden die Werte direkt mit Hilfe der Steifigkeitsverhältnisse ermittelt. Bei dem Stabwerksverfahren sind die Werte aus dem Stabwerksmodell entnommen worden. Bei dem Schubanalogie-Verfahren wurden die Werte mit Hilfe des ermittelten Schubflusses und einem effektivem Verbindungsmittelabstand von 7,5 cm berechnet.

7. Fazit

Stellt man nun alle Berechnungsverfahren, gemäß ihrem Aufwand gegenüber, so kann man sagen das das Gamma-Verfahren mit Sicherheit das Schnellste ist. Für das Verfahren kann ein einfaches Excel-Programm geschrieben werden und die Schnittgrößen können einfach berechnet werden. Bei Stabwerks-Verfahren kommt es immer darauf an das das Stabwerksmodell modelliert werden muss. Das beinhaltet immer eine hohe Fehleranfälligkeit. Hat man keine Vergleichsmöglichkeit würden die errechneten, möglicherweise falschen, Schnittgrößen als richtig angenommen werden. Das Schubanalogie-Verfahren ist das aufwendigste und undurchsichtigste Verfahren. Jedoch lohnt sich der Aufwand. Wie man im Vergleich der Verfahren erkennen konnte sind die ermittelten Schnittgrößen, bis auf die Schubbeanspruchung des Verbindungsmittels, immer kleiner im Gegensatz zu den anderen Schnittgrößen die mit dem Gamma- und dem Stabwerks-Verfahren ermittelt wurden.